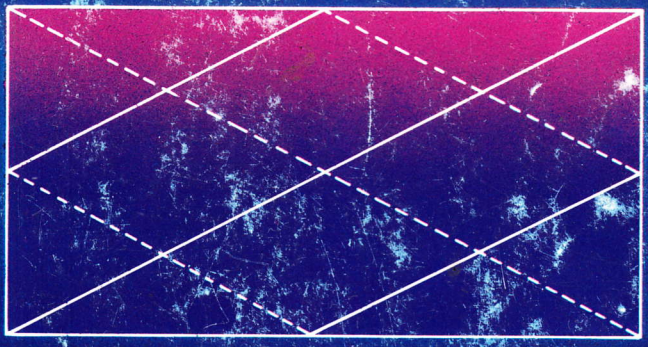
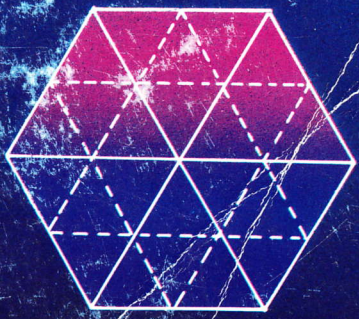
Ir. Ign. Benny Puspantoro, M.Sc.

Teori & Analisis BALOK GRID





AKAAN DAERAH
WA TIMUR
A.117 23
S

PENERBIT ANDI OFFSET YOGYAKARTA

Teori dan Analisis
BALOK GRID

Ir. Ign. Benny Puspantoro, M. Sc.

Penerbit Andi Offset Yogyakarta

Teori dan Analisis BALOK GRID
Oleh: Ir. Ign. Benny Puspantoro, M.Sc

Hak Cipta © 1993, pada penulis,
Dilarang memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun, tanpa izin tertulis dari penulis.

Edisi Pertama,
Cetakan Pertama, 1993

Penerbit:
– *ANDI OFFSET*
Jl. Beo 38-40, Telp. (0274) 61881, 88282
Yogyakarta 55281

Percetakan:
ANDI OFFSET
Jl. Beo 38-40, Telp. (0274) 61881, 88282
Yogyakarta 55281

Proyek Pembinaan Perpustakaan
Jawa Timur
T. A. 1996 / 1997

Pusat Penjualan:
— *Unit Kanvas ANDI OFFSET*
Jl. Beo 40, Telp. (0274) 61881, 88282 Facs (0174) 88282
Yogyakarta 55281
— *PT. ANDIPRATITA TRIKARSA MULIA*
Green Ville Blok BG No. 28,
Telp. (021) 5669228, 5669229 Facs (021) 5669227
Jakarta Barat 11510

ISBN: 979-533-146-9

MILIK
PERPUSTAKAAN DAERAH
JAWA TIMUR
Nomor : 110.324/PDI/F/1997
Tanggal : 27/1997

Perpustakaan Daerah
Jawa Timur
1000015624

KATA PENGANTAR

Buku ini disusun sebagai upaya untuk membantu para mahasiswa yang mengikuti mata kuliah Mekanika Teknik tentang "Struktur Balok Grid". Mengingat masih langkanya buku-buku referensi yang membahas struktur balok grid secara lengkap dan mudah dimengerti, mendorong penulis untuk menyusun buku ini, dengan harapan, semoga dapat membantu mahasiswa yang lebih mudah mempelajari tentang struktur balok grid.

Dalam teori diuraikan tentang dasar-dasar dari metode gaya dan metode kekakuan. Untuk struktur grid sederhana cukup diselesaikan dengan metode gaya dengan bantuan tabel makowski, sedang untuk struktur grid yang mempunyai batang banyak, dapat diselesaikan dengan metode kekakuan dan program komputer untuk mempercepat analisisnya.

Agar lebih mudah dicerna, pada bagian akhir dari bab teori diberikan contoh-contoh soal dan aplikasinya pada struktur bangunan gedung sesungguhnya. Sehingga dengan demikian, buku ini dapat juga dipakai oleh para teknisi bangunan dalam merancang dan menganalisis struktur balok grid.

Dalam menyusun buku ini penulis dibantu oleh beberapa mahasiswa yang mengambil tugas akhir, dan juga rekan Ir. Mochamad Teguh, M.sc, staf pengajar Universitas Islam Indonesia, yang telah

berkenan memberikan sumbangan naskah 'Analisis Balok Kisi Dengan Metode Kekakuan Langsung'. Untuk itu semua, penulis menyampaikan ucapan terima kasih.

Harapan penulis, semoga buku ini dapat bermanfaat dalam ikut mensukseskan pembangunan nasional khususnya dalam ikut meningkatkan kecerdasan bangsa.

Yogyakarta, Awal 1993

Penulis,

Ir. Ign. Benny Puspantoro, M.Sc.
Staff Pengajar Universitas Atma Jaya Yogyakarta

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR iii
DAFTAR ISI v
BAB I PENDAHULUAN 1
BAB II TEORI BALOK GRID 3
2.1 Metode Gaya 3
2.2 Metode Kekakuan 8
2.3 Perbandingan Metode Gaya dan Metode Kekakuan 16
BAB III BENTUK DAN ANALISIS BALOK GRID 25
3.1 Berbagai Bentuk Balok Grid 25
3.2 Analisis Balok Grid 28
LAMPIRAN: Analisis Balok Kisi Dengan Metode Kekakuan Langsung 89
DAFTAR PUSTAKA 109

Bab 1

PENDAHULUAN

Pelat lantai pada bangunan bertingkat merupakan bagian struktur yang terpasang mendatar dan berfungsi sebagai tumpuan /berpijak bagi penghuni yang ada di atasnya. Pelat lantai umumnya mempunyai ketebalan yang ukurannya relatif sangat kecil bila dibandingkan dengan panjang bentangnya sehingga sifat kaku dari pelat sangat kurang. Kekakuan yang kurang ini akan mengakibatkan *defleksi* atau lendutan dari pelat menjadi besar. Dari peraturan dan keamanan kontruksi, lendutan yang besar ini harus dicegah agar pelat lantai masih dapat berfungsi dan memberikan kenyamanan berpijak bagi penghuninya.

Dari ilmu struktur dan bahan kontruksinya, dapat dilakukan berbagai alternatif teknis untuk memberikan kekakuan dan menambah kekuatan pada pelat lantai. Alternatif tersebut antara lain adalah:

1. Dengan menambah ukuran tebal pelat. Cara ini tidak dianjurkan karena tidak efisien, boros bahan dan akibatnya menambah berat strukturnya sendiri.
2. Mengurangi lebar bentangan pelat dengan memberi balok-balok silang berupa balok-induk dan balok-anak. Secara umum cara ini banyak digunakan karena kepraktisannya dalam analisis dan pe-

laksanaannya. Sistim perancangannya ditentukan oleh jarak dan tata-letak dari kolom-kolom portalnya.

3. Memanfaatkan bentuk atau sistem kisi-kisi (*wafer, grid structure*) yang secara umum lebih dikenal dengan istilah *struktur grid*. Struktur ini dipakai pada bentangan besar. Karena bentuknya dapat dibuat sesuai selera maka dapat menjadi plafon hiasan yang indah dan artistik. Struktur grid mempunyai sifat utama dapat mendistribusikan beban pada kedua arah secara seimbang.

Ditinjau dari umur teori, konstruksi dan pemakaiannya sudah banyak digunakan pada gedung-gedung di Indonesia, struktur grid ini bukanlah sistem struktur yang baru; tapi dari sifat kaku dan kelebihannya, struktur grid ini dapat mendukung sistem perancangan arsitektur yang menghendaki variasi bentuk pelat dan atau plafonnya. Umumnya struktur grid ini menggunakan bahan dari konstruksi beton bertulang dengan ketebalan pelat yang tipis dan dengan pemakaian tulangan yang lebih hemat.

Beberapa keuntungan dari sistem struktur grid adalah:

a. Mempunyai kekakuan yang besar, terutama pada bentang lebar, sehingga dapat memberikan kekakuan arah horisontal yang lebih besar pada portal-bangunannya.

b. Mempunyai bentuk yang seragam dengan berbagai variasi dan cetakannya dapat digunakan berulangkali.

c. Dapat mendistribusikan beban dan momen pada kedua arah bentangnya secara merata dengan ukuran modul grid yang dapat dikembangkan sebagai kelipatan dari bentang kolom-kolomnya.

d. Mempunyai sifat fleksibilitas ruang yang cukup tinggi dan simpel sehingga lebih luwes dalam mengikuti pembagian panel-panel eksterior maupun partisi interiornya.

e. Pada struktur grid, jumlah kolom-kolomnya dapat dikurangi sehingga dapat memberi ruang yang lebih luas.

Untuk menganalisa struktur grid ada dua metode, yaitu metode **gaya** dan metode **kekakuan**. Metode gaya dapat diselesaikan dengan bantuan tabel **makowsky** sehingga caranya cukup sederhana. Sedang analisis dengan metode kekakuan mempunyai langkah yang lebih panjang dan diperlukan pengetahuan dasar aljabar linier matrix dan teori elastisitas. Beberapa paket program komputer juga dapat dipakai untuk menganalisa struktur grid dalam tiga dimensi, misal program Scada.

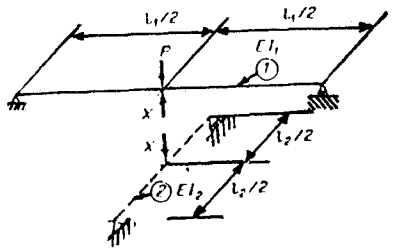
Bab 2

TEORI BALOK GRID

2.1 METODE GAYA

Pada analisis grid dengan metode gaya ini, pengaruh puntir tidak diperhitungkan. Sifat dan karakteristik dari pemindahan beban pada dua arah dilukiskan secara jelas oleh kelakuan dari dua balok yang saling tegak lurus dan saling mempengaruhi sehingga lendutan kedua balok tersebut dapat dianggap sama.

Pada gambar 2.1 diperlihatkan suatu sistem struktur balok grid. Kedua balok silang tersebut dapat dinyatakan sebagai balok atas (balok-a) dengan bentang l_1 dan balok bawah (balok-b) dengan bentang l_2. Pada titik silang kedua balok di tengah bentang bekerja gaya sebesar P.



Gambar 2.1 *Balok silang pada sistem grid*

Akibat aksi dari beban P ini maka balok-a akan melendut dan mendesak balok-b ke bawah sehingga timbul suatu reaksi ke atas sebesar x pada balok-a. Jadi seolah-olah pada balok-a bekerja gaya sebesar P - X, dan pada balok-b mendukung beban sebesar X pada titik silang balok. Dengan menyatakan bahwa momen inersia dari kedua balok adalah l_1 dan l_2 dengan bahan yang sama (E sama), maka dengan rumus baku dapatlah dicari besarnya lendutan di tengah bentang sebagai berikut:

$$d_1 = \frac{(P - X)\, l_1^{\,3}}{48\, E\, I_1} \qquad (2.1.a)$$

$$d_2 = \frac{X\, l_2^{\,3}}{48\, EI_2} \qquad (2.1.b)$$

Bila $d_1 = d_2$ maka nilai X adalah:

$$X = \frac{P}{1 + (l_2/l_1)^3\,(I_1/I_2)} \qquad (2.2)$$

Dan momen di tengah bentang adalah:

$$\text{M balok-a} = \frac{(P - X)}{2}\,\frac{l_1}{2} = \frac{(P - X)\, l_1}{4} \qquad (2.3.a)$$

$$\text{M balok-b} = \frac{X}{2}\,\frac{l_2}{2} = \frac{X\, l_2}{4} \qquad (2.3.b)$$

Untuk dua balok dengan l_1 tidak sama dengan l_2, tapi mempunyai nilai I yang sama, maka rasio dari beban X yang didukung oleh balok 2 (balok bawah) terhadap beban total P menjadi:

$$\frac{X}{P} = \frac{1}{1 + (l_2/l_1)^3} \qquad (2.4)$$

Bila disusun dalam tabel diperoleh:

Tabel 2.1
Nilai X/P pada balok dengan dukungan bebas

l_1/l_2	1	2	3	4	5
X/P	1/2	8/9	27/28	24/65	125/126

Dari tabel ini terlihat bahwa bila panjang bentang balok-baloknya mempunyai perbandingan 2 atau lebih besar, maka balok yang lebih pendek pada hakekatnya berperan mendukung seluruh beban dan aksi pemindahan dua arah hilang.

Untuk membagi beban yang sama besar pada dua bentang balok yang tidak sama panjangnya dapat dilakukan dengan cara membuat momen inersia dari balok-balok tersebut berbeda. Jika beban dibagi secara merata dan sama besar maka X sama dengan P/2, dari (2.2) diperoleh:

$$\frac{P}{2} = \frac{P}{1 - (l_2/l_1)^3\,(I_1/I_2)}$$

Sehingga : $I_1/I_2 = (l_1/l_2)^3$ (2.5)

Jadi momen inersia dari balok harus dalam perbandingan panjang bentang berpangkat tiga.

Untuk memperoleh struktur yang paling ekonomis, tegangan maksimum di dalam kedua balok harus sama.

Bila $r = (l_2/l_1)^3\,(I_1/I_2)$

Maka beban-beban yang didukung oleh balok bawah dan balok atas adalah:

$$X = P\,\frac{1}{1 + r} \qquad X - P = \left(1 - \frac{1}{1 + r}\right) = P\,\frac{r}{1 + r}$$

Dan momen-momen pada tengah bentang, berturut-turut menjadi:

$$M_1 = \frac{(P - X)\, l_1}{4} = \frac{P\, l_1}{4\,(1 + r)}\, r \qquad (2.6.a)$$

$$M_2 = \frac{X\, l_2}{4} = \frac{P\, l_2}{4\,(1 + r)} = \frac{P\, l_1}{4\,(1 + r)}\,(l_2/l_1) \qquad (2.6.b)$$

Bila tinggi balok dinyatakan dengan h_1 dan h_2, maka tegangan lentur maksimum pada balok diberikan oleh persamaan berikut:

$$f_1 = \frac{M_1\,(h_1/2)}{I_1} = \frac{P\, l_1}{8\,(1 + r)}\,\frac{r\, h_1}{I_1} \qquad (2.7.a)$$

$$f_2 = \frac{P\, l_1}{8\,(1 + r)}\,(l_2/l_1)\,\frac{h_2}{I_2} \qquad (2.7.b)$$

Dan bila $f_1 = f_2$, maka:

$$\frac{r\, h_1}{I_1} = \left[(l_2/l_1)^3\,(I_1/I_2)\right]\frac{h_1}{I_1} = \frac{l_2}{l_1}\,\frac{h_2}{I_2}$$

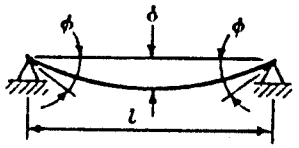
Jadi $$\frac{h_1}{h_2} = (l_1/l_2)^2 \qquad (2.8)$$

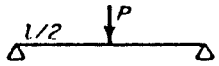
Berarti perbandingan tinggi balok harus dalam rasio panjang bentang pangkat dua.

Jika l_1 lebih besar daripada l_2 maka untuk memperoleh beberapa peningkatan dalam distribusi mendukung beban dapat dilakukan dengan cara menjepit ujung-ujung dari balok yang lebih panjang. Dalam hal ini dengan memakai persamaan lendutan:

$$\delta_f = \frac{1}{48}\frac{Pl^3}{EI} - \frac{1}{8}\frac{(\frac{1}{8}\,Pl)\,l^2}{EI} = \frac{1}{192}\frac{Pl^3}{EI} = \frac{1}{4}\,\delta_{11}$$

dan tabel:



	Beban	δ	ϕ
(a)		$\frac{5}{384}\frac{w\,l^4}{E\,I}$	$\frac{1}{24}\frac{w\,l^3}{E\,I}$
(b)		$\frac{1}{48}\frac{P\,l^3}{E\,I}$	$\frac{1}{16}\frac{P\,l^2}{E\,I}$
(c)		$\frac{1}{8}\frac{M\,l^2}{E\,I}$	$\frac{1}{2}\frac{M\,l}{E\,I}$

dapat diperoleh persamaan:

$$\frac{(P - X)\, l_1^{\,3}}{192\, E\, I_1} = \frac{X\, l_2^{\,3}}{48\, E\, I_2}$$

$$X = \frac{P}{1 + 4\,(l_2/l_1)^3\,(I_1/I_2)} \qquad (2.9)$$

Untuk $I_1 = I_2$, perbandingan X/P dapat disusun dalam tabel berikut:

Tabel 2.2
Nilai X/P pada balok dengan dukungan jepit

l_1/l_2	1	1,6	2	3	4	5
X/P	1/5	1/2	2/3	27/31	16/17	125/129

Dari tabel terlihat bahwa walaupun beban dibagi secara merata, pada kondisi $l_1 > l_2$ maka besarnya X semakin mendekati nilai P yang berarti kurang menguntungkan. Perlu dicatat juga bahwa pembagian untuk mendukung beban tergantung juga pada bentuk dan sistem pembebanan pada balok-baloknya.

Pada struktur grid yang terdiri dari banyak balok sehingga banyak pula titik potongnya maka untuk mencari reaksi pada tiap-

tiap titik potong dapat digunakan tabel **makowski**. Pada tabel makowski, lendutan-lendutan dk pada titik-titik yang berjarak sama k dari suatu balok yang ditumpu bebas akibat dari suatu beban yang bekerja pada salah satu titik i. Dalam tabel ini n adalah jumlah dari bagian-bagian balok. Harus diingat bahwa koefisien pengaruh dk akibat dari suatu beban satuan pada i adalah sama dengan di akibat dari suatu beban satuan pada k (hukum timbal balik Maxwell: $d_{ki} = d_{ik}$).

Tabel 2.3: Tabel Makowski

n	δ pada k =	Unit Beban satuan yang diterapkan pada i =					faktor $\frac{l^3}{EI}$
		1	2	3	4	5	
2	1	1					1/48
3	1	8					
	2	7	8				1/486
	1	9					
4	2	11	16				1/768
	3	7	11	9			
	1	32					
5	2	45	72				1/3750
	3	40	68	72			
	4	23	40	45	32		
	1	25					
	2	38	64				
6	3	39	69	81			
	4	31	56	69	64		
	5	17	31	39	38	25	1/3 888

2.2 METODE KEKAKUAN

Metode kekakuan merupakan salah satu cara untuk menganalisa struktur yang proses perumusan analisisnya dengan cara memberikan lendutan sebesar satu satuan di titik-titik diskrit yang akan dicari. Dengan demikian akan diperoleh hubungan antara gaya

yang bekerja pada titik diskrit yang bersangkutan dan lendutan yang terjadi akibat bekerjanya gaya tersebut.

Hubungan ini dapat ditulis:

$$\{ Q \} = [K] \{ d \}$$

$\{ Q \}$ = vektor beban/gaya

$[K]$ = matrix kekakuan

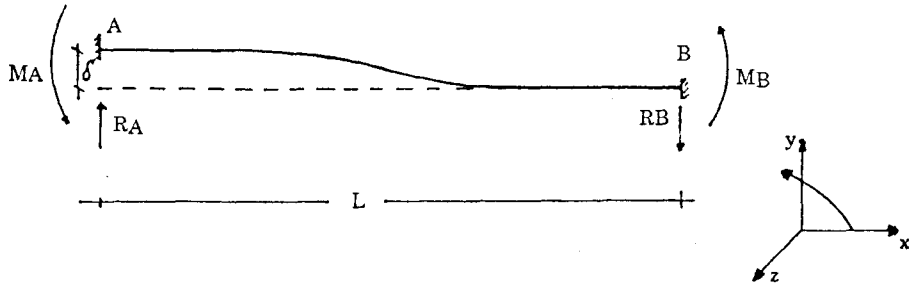
$\{ d \}$ = lendutan

Untuk mempermudah pembentukan matrix kekakuan batang maka titik- titik diskrit diberi nomor urut dan ditentukan pula kondisi pengekang pada tumpuan balok silangnya.

2.2.1 Matrix Kekakuan Batang

Matrix kekakuan batang dibentuk dengan melakukan analisis pada sebuah elemen struktur yang terjepit pada ujung-ujungnya. Pada ujung elemen tersebut diberikan aksi yang diperkirakan terjadi pada titik diskrit agar menimbulkan lendutan sebesar satu satuan yang sesuai dengan jenis aksinya.

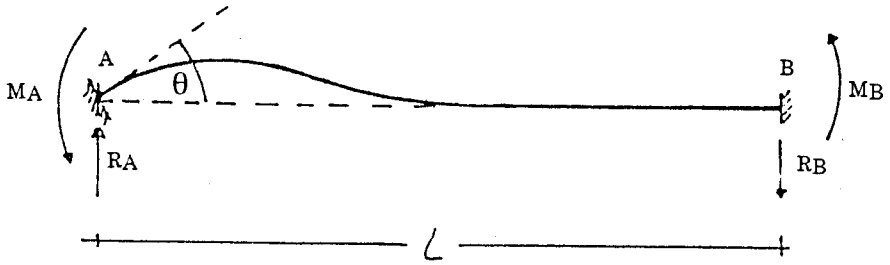
Hubungan antara gaya ujung batang dan perpindahan yang selaras dengan gaya tersebut ditunjukkan dalam gambar 2.3.



Gambar 2.2 *Gaya Akibat Translasi di Titik A*

$$M_a = \frac{6 . E . I . \delta}{L^2} \qquad M_b = \frac{6 . E . I . \delta}{L^2}$$

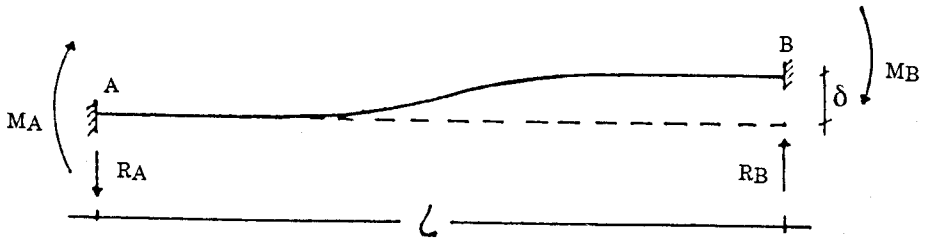
$$R_a = \frac{12 . E . I . \delta}{L^3} \qquad R_b = \frac{-12 . E . I . \delta}{L^3}$$



Gambar 2.3 *Gaya akibat rotasi di titik A*

$$M_a = \frac{4 . E . I . \theta}{L} \qquad M_b = \frac{2 . E . I . \theta}{L}$$

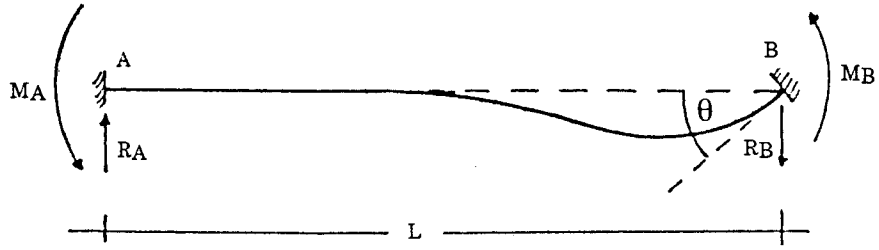
$$R_a = \frac{6 . E . I . \theta}{L^2} \qquad R_a = \frac{-6 . E . I . \theta}{L^2}$$



Gambar 2.4 *Gaya akibat translasi di titik B*

$$M_a = \frac{-6 . E . I . \delta}{L^2} \qquad M_b = \frac{-6 . E . I . \delta}{L^2}$$

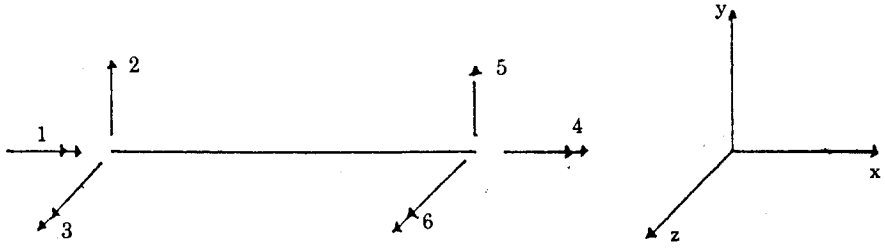
$$R_a = \frac{-12 . E . I . \delta}{L^3} \qquad R_b = \frac{12 . E . I . \delta}{L^3}$$



Gambar 2.5 *Gaya akibat rotasi di titik B*

$$M_a = \frac{2 . E . I . \theta}{L} \qquad M_b = \frac{4 . E . I . \theta}{L}$$

$$R_a = \frac{6 . E . I . \theta}{L^3} \qquad R_b = \frac{-6 . E . I . \theta}{L^3}$$



Gambar 2.6 *Elemen Balok dengan Vektor Gaya-Lendutan di Ujung Elemen Ditinjau Secara Bidang.*

Matrix kekakuan elemen struktur balok silang dalam koordinat lokal dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix}
\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & \frac{-GJ}{L} & 0 & 0 \\
0 & \frac{12\,EI}{L^3} & \frac{6\,EI}{L^2} & 0 & \frac{-12\,EI}{L^3} & \frac{6\,EI}{L^2} \\
0 & \frac{6\,EI}{L^2} & \frac{4\,EI}{L} & 0 & \frac{-6\,EI}{L^2} & \frac{2\,EI}{L} \\
\frac{-GJ}{L} & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\
0 & \frac{-12\,EI}{L^3} & \frac{-6\,EI}{L^2} & 0 & \frac{12\,EI}{L^3} & \frac{-6\,EI}{L^2} \\
0 & \frac{6\,EI}{L^2} & \frac{2\,EI}{L} & 0 & \frac{-6\,EI}{L^2} & \frac{4\,EI}{L}
\end{bmatrix}$$

G = Modulus geser beban

E = Modulus elastisitas bahan

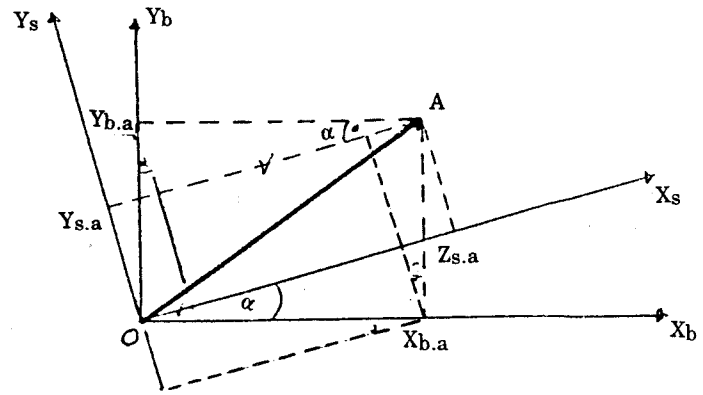
I = Momen inersia penampang lintang

J = Konstante torsi pada penampang lintang

L = Panjang bentang balok

2.2.2 Matrix Kekakuan Struktur

Suatu struktur mungkin mempunyai elemen yang tidak terletak pada satu bidang. Bila terjadi kondisi seperti ini maka elemen tersebut perlu ditransformasikan secara linier supaya sesuai dengan susunan sumbu koordinat yang diambil untuk keseluruhan struktur.



Gambar 2.7 *Sistem transformasi secara linier*

Dari gambar 2.7 terlihat unsur-unsur vektor A pada sumbu batang (X_b - Y_b) yang memiliki hubungan dengan unsur-unsur vektor A pada sumbu struktur (X_s - Y_s). Secara matematis hubungan tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Xs\ a = Xb\ a \cos \alpha + Yb\ a \sin \alpha$$

$$Ys\ a = Yb\ a \cos \alpha - Xb\ a \sin \alpha$$

$$Zs\ a = Zb\ a$$

Bila persamaan tersebut ditulis dalam bentuk matrix, menjadi:

$$\begin{bmatrix} X_s\,a \\ Y_s\,a \\ Z_s\,a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_b\,a \\ Y_b\,a \\ Z_b\,a \end{bmatrix}$$

Dengan demikian matrix transformasi [T] yang diperlukan untuk mengubah sistem koordinat lokal menjadi sistem koordinat global (koordinat struktur), dengan mengingat bahwa pada tiap ujung batang mengalami lendutan, adalah:

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Hubungan matrix transformasi dengan matrix kekakuan adalah:

{ Qi } : menyatakan matrix gaya dari batang ke i terhadap sistem koordinatnya sendiri.

[Ki] : menyatakan matrix kekakuan dari batang ke i terhadap sistem koordinatnya sendiri.

{ Di } : menyatakan matrix lendutan dari batang ke i terhadap sistem koordinatnya sendiri.

{ Qs } : menyatakan matrix gaya dari batang ke i yang telah ditransformasikan ke sistem koordinat struktur.

[Ks] : menyatakan matrix kekakuan dari batang ke i yang telah ditransformasikan ke sistem koordinat struktur.

{ Ds } : menyatakan matrix lendutan dari batang ke i yang telah ditransformasikan ke sistem koordinat struktur.

$$\{ Qi \} = [Ki] \{ Di \} \quad (1)$$

$$\{ Qs \} = [Ks] \{ Ds \} \quad (2)$$

Persamaan vektor gaya dan vektor lendutan setelah perputaran sudut adalah:

$$\{ Qi \} = [T] \{ Qs \} \quad (3)$$

$$\{ Di \} = [T] \{ Ds \} \quad (4)$$

maka persamaan (1) dapat diubah manjadi:

$$[T] \{ Qs \} = [Ki] [T] \{ Ds \}$$

$$\{ Qs \} = [T]^{-1} [Ki] [T] \{ Ds \} \quad (5)$$

Karena sifat ortogonal dari matrix transformasi, di mana:

$$[T]^{-1} = [T]^{T}$$

maka persamaan (5) dapat ditulis:

$$\{ Qs \} = [T]^{T} [Ki] [T] \{ Ds \}$$

Dengan melihat persamaan (2), maka diperoleh:

$$[Ks] = [T]^{T} [Ki] [T]$$

2.2.3 Superposisi Matrix Kekakuan Batang

Setelah matrix kekakuan batang ditransformasikan sesuai dengan sistem koordinat struktur, maka matrix kekakuan struktur secara keseluruhan dapat dibentuk dengan cara mensuperposisikan matrix kekakuan batang yang mempunyai nomor sama.

Matrix kekakuan struktur tersebut kemudian diubah dengan cara memindah baris dan kolom agar matrix kekakuan unsur-unsur perletakan (Kbb) terpisah dengan matrix kekakuan titik-titik bebas (Kff). Matrix kekakuan titik bebas ini kemudian digunakan untuk mencari lendutan pada titik-titik diskrit. Matrix kekakuan struktur setelah diubah maka bentuknya menjadi:

$$\begin{bmatrix} K_{ff} & K_{bf} \\ K_{bf} & K_{bb} \end{bmatrix}$$

2.2.4 Vektor Beban

Vektor beban pada metode kekakuan merupakan reaksi pada ujung- ujung batang yang dibebani dengan mengandalkan ujung-ujung tersebut sebagai perletakan jepit. Reaksi ini biasanya berupa momen lentur dan reaksi vertikal.

Vektor beban disusun dengan menjumlahkan reaksi-reaksi ujung batang yang mempunyai nomor sama dan jenis reaksi yang sama pula. Vektor beban ini juga diubah supaya vektor beban pada titik bebas terpisah dari vektor beban pada perletakkan. Perubahan ini disesuaikan dengan perubahan pada matrix kekakuan. Biasanya bersesuaian dengan penomoran titik-titik diskrit.

2.2.5 Perubahan Kedudukan pada Titik Bebas

Perubahan kedudukan pada titik bebas dicari dengan memasukkan matrix kekakuan dan matrix beban yang terjadi pada titik bebas ke dalam persamaan dasar metode kekakuan, sehingga persamaannya menjadi:

$$\{ Qf \} = [Kff] \{ Df \}$$

atau

$$\{ Df \} = [Kff]^{-1} \{ Qf \}$$

Ternyata untuk mencari perubahan kedudukan pada titik bebas { Df }, lebih dulu harus dicari invers matrix kekakuannya.

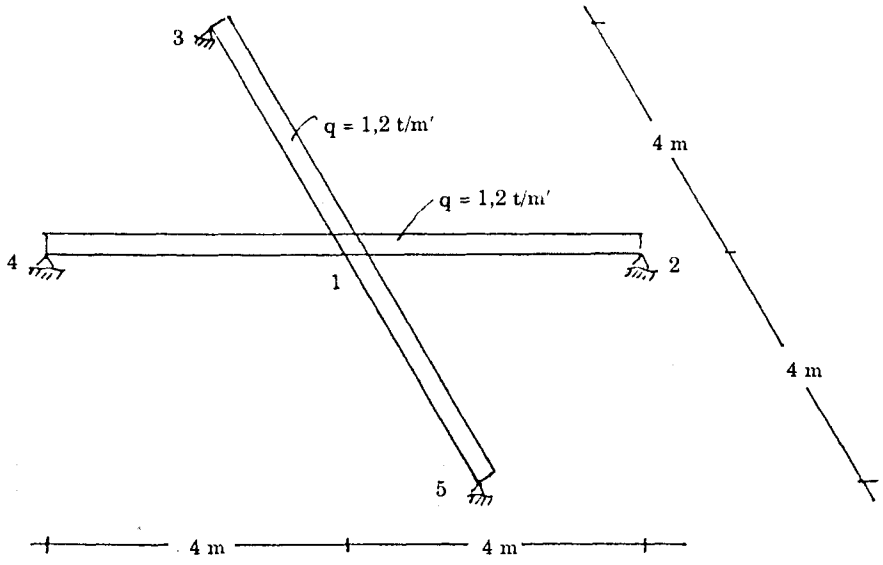
2.2.6 Gaya-gaya Pada Titik Diskrit

Hitungan gaya pada titik diskrit dilakukan pada setiap batang yang ada pada struktur balok silang (balok grid), yaitu pada setiap ujung batang yang akan dianalisis. Pada setiap ujung batang penyusun balok silang terjadi reaksi momen torsi, momen lentur dan reaksi vertikal. Masing-masing reaksi tersebut merupakan superposisi dari reaksi ujung batang oleh beban luar dan akibat perpindahan titik diskrit.

Setelah perpindahan titik diskrit dianalisis, reaksi akibat perpindahan titik tersebut dilakukan dengan menggandakan matrix kekakuan batang dengan matrix perpindahannya dan dikurangi vektor beban.

2.3 PERBANDINGAN METODE GAYA DAN METODE KEKAKUAN

Untuk memberikan ilustrasi penyelesaian analisis antara metode gaya dan metode kekakuan, berikut ini diberikan contoh sebuah struktur grid yang seperti terlihat pada gambar 2.8 di bawah ini.

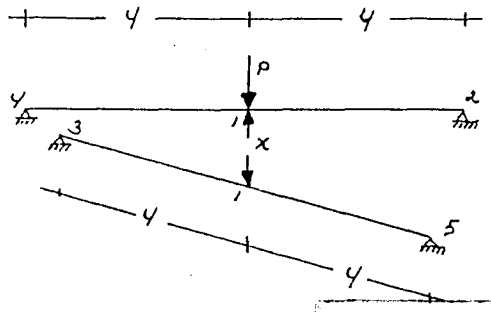


Gambar 2.8 *Susunan balok silang*

Data struktur : Balok terbuat dari bahan yang sama (E sama). Penampang batang sama (I sama). Bentang balok sama ($L_1 = L_2 = 8$ m). Beban yang bekerja berupa beban terbagi rata q = 1,2 t/m, berarti P = 4. 2,4 ton = 9,6 ton.

Pengaruh torsi diabaikan sehingga dalam analisis ini hanya ditinjau momen lentur dan gaya lintangnya.

2.3.1 Penyelesaian Dengan Metode Gaya



Gambar 2.9 *Uraian beban pada balok grid*

Proyek Pembinaan Perpustakaan
Jawa Timur
T.A. 1996/1997

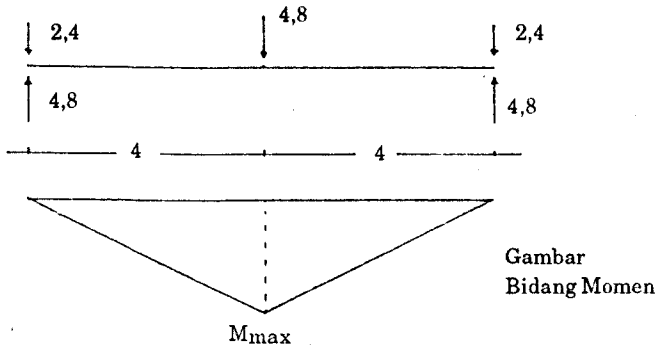
Jumlah bagian dari masing-masing balok (n) = 2. Dari tabel Makowski dapat dilihat bahwa untuk n = 2, faktor L^3/EI = 1/48. Selanjutnya dapat dilakukan analisis dengan melihat lendutan pada titik 1 untuk balok atas (ba) dan balok bawah (bb).

$$\frac{1}{4\ 8}\ (P - X)\ \frac{L^3}{E\ I} = X\ \frac{L^3}{E\ I}$$

$$P - X = X$$

$$X = 4{,}8 \text{ ton}$$

Tinjauan balok sederhana (sendi-rol):

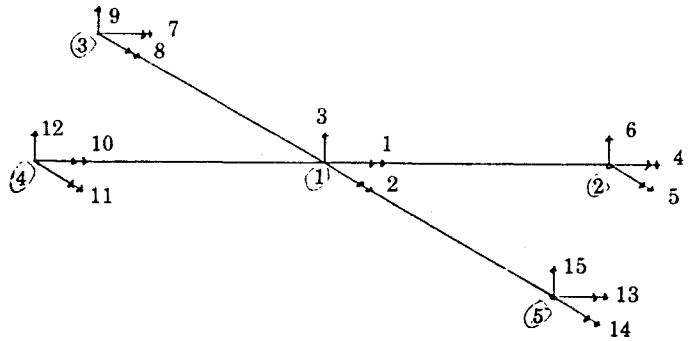


Gambar Bidang Momen

$M_{maks} = 4{,}8 \cdot 4 - 2{,}4 \cdot 4 = 9{,}6$ tm

Gambar 2.10 *Bidang momen pada balok*

2.3.2 Penyelesaian Dengan Metode Kekakuan



Gambar 2.11 *Uraian arah gaya pada joint*

batang	α	sin α	cos α
1 - 2	0°	0	1
1 - 3	90°	1	0
1 - 4	180°	0	-1
1 - 5	270°	-1	0

matrix transformasi:

$\alpha = 0°$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\alpha = 90°$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\alpha = 180°$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\alpha = 270°$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrix kekakuan batang:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4/L & 6/L^2 & 0 & 2/L & -6/L^2 \\ 0 & 6/L^2 & 12/L^3 & 0 & 6/L^2 & -12/L^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2/L & 6/L^2 & 0 & 4/L & -6/L^2 \\ 0 & -6/L^2 & -12/L^3 & 0 & -6/L^2 & 12/L^3 \end{bmatrix} EI$$

Tabel 2.4: *Transformasi matrix kekakuan batang*

Batang (1 - 2) L = 4 M
@ = 0 @ = 0 rad

$$\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} EI \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0.375&0&0.5&-0.375\\ 0&0.375&0.1875&0&0.375&-0.1875\\ 0&0&0&0&0&0\\ 0&0.5&0.375&0&1&-0.375\\ 0&-0.375&-0.187&0&-0.375&0.1875 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 1\\2\\3\\4\\5\\6 \end{matrix} EI \begin{matrix} 1&2&3&4&5&6 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0.375&0&0.5&-0.375\\ 0&0.375&0.1875&0&0.375&-0.1875\\ 0&0&0&0&0&0\\ 0&0.5&0.375&0&1&-0.375\\ 0&-0.375&-0.1875&0&-0.375&0.1875 \end{bmatrix}$$

Batang (1 - 3) L = 4 M
@ = 90 @ = 1.57079 rad

$$\begin{bmatrix} 0&-1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&-1&0&0\\ 0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} EI \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0.375&0&0.5&-0.375\\ 0&0.375&0.1875&0&0.375&-0.1875\\ 0&0&0&0&0&0\\ 0&0.5&0.375&0&1&-0.375\\ 0&-0.375&-0.1875&0&-0.375&0.1875 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0&1&0&0&0&0\\ -1&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&-1&0&0\\ 0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 1\\2\\3\\7\\8\\9 \end{matrix} EI \begin{matrix} 1&2&3&7&8&9 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1&0&-0.375&0.5&0&0.375\\ 0&0&0&5&0&0\\ -0.375&0&0.1875&-0.375&0&-0.1875\\ 0.5&0&-0.375&1&0&0.375\\ 0&0&0&0&0&0\\ 0.375&0&-0.1875&0.375&0&0.1875 \end{bmatrix}$$

Batang (1-4) L = 4 M
@ = 180 @ = 3.14159 rad

$$\begin{bmatrix} -1&0&0&0&0&0\\ 0&-1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&-1&0&0\\ 0&0&0&0&-1&0\\ 0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} EI \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0.375&0&0.5&-0.375\\ 0&0.375&0.1875&0&0.375&-0.1875\\ 0&0&0&0&0&0\\ 0&0.5&0.375&0&1&-0.375\\ 0&-0.375&-0.1875&0&-0.375&0.1875 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1&0&0&0&0&0\\ 0&-1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&-1&0&0\\ 0&0&0&0&-1&0\\ 0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 1\\2\\3\\10\\11\\12 \end{matrix} EI \begin{matrix} 1&2&3&10&11&12 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0\\ 0&1&-0.375&0&0.5&0.375\\ 0&-0.375&0.1875&0&-0.375&-0.1875\\ 0&0&0&0&0&0\\ 0&0.5&-0.375&0&1&0.375\\ 0&0.375&-0.1875&0&0.375&0.1875 \end{bmatrix}$$

Batang (1-5) L = 4 M
@ = 270 @ = 4.71238 rad

$$\begin{bmatrix} 0&1&0&0&0&0\\ -1&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&-1&0&0\\ 0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} EI \begin{bmatrix} 0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0.375&0&0.5&-0.375\\ 0&0.375&0.1875&0&0.375&-0.1875\\ 0&0&0&0&0&0\\ 0&0.5&0.375&0&1&-0.375\\ 0&-0.375&-0.1875&0&-0.375&0.1875 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0&-1&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&-1&0\\ 0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 1\\2\\3\\13\\14\\15 \end{matrix} EI \begin{matrix} 1&2&3&13&14&15 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1&0&0.375&0.5&0&-0.375\\ 0&0&0&0&0&0\\ 0.375&0&0.1875&0.375&0&-0.1875\\ 0.5&0&0.375&1&0&-0.375\\ 0&0&0&0&0&0\\ -0.375&0&-0.1875&-0.375&0&0.1875 \end{bmatrix}$$

Tabel 2.5: *Matrix kekakuan struktur*

$$\begin{matrix} \\ 1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\\11\\12\\13\\14\\15 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1&2&3&4&5&6&7&8&9&10&11&12&13&14&15\\ 2&0&0&0&0&0&0.5&0&0.375&0&0&0&0.5&0&-0.375\\ 0&2&0&0&0.5&-0.375&0&0&0&0&0.5&0.375&0&0&0\\ 0&0&0.75&0&0.375&-0.1875&-0.375&0&-0.1875&0&-0.375&-0.1875&0.375&0&-0.1875\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0.5&0.375&0&1&-0.375&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&-0.375&0.1875&0&-0.375&-0.1875&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0.5&0&-0.375&0&0&0&1&0&0.375&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0.375&0&-0.1875&0&0&0&0.375&0&0.1875&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0.5&-0.375&0&0&0&0&0&0&0&1&0.375&0&0&0\\ 0&0.375&-0.1875&0&0&0&0&0&0&0&0.375&0.1875&0&0&0\\ 0.5&0&0.375&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&-0.375\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ -0.375&0&-0.1875&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0.375&0&0.1875 \end{bmatrix} EI$$

Tabel 2.6: *Pengelompokan matrix kekakuan struktur*

$$\begin{matrix} \\ 1\\2\\3\\5\\7\\11\\13\\4\\6\\8\\9\\10\\12\\14\\15 \end{matrix} \left[\begin{array}{ccccccc|ccccccccc} 1&2&3&5&7&11&13&4&6&8&9&10&12&14&15\\ 2&0&0&0&0.5&0&0.5&0&0&0&0.375&0&0&0&-0.375\\ 0&2&0&0.5&0&0.5&0&0&-0.375&0&0&0&0.375&0&0\\ 0&0&0.75&0.375&-0.375&-0.375&0.375&0&-0.1875&0&-0.1875&0&-0.1875&0&-0.1875\\ 0&0.5&0.375&1&0&0&0&0&-0.375&0&0&0&0&0&0\\ 0.5&0&-0.375&0&1&0&0&0&0&0&0.375&0&0&0&0\\ 0&0.5&-0.375&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0.375&0&0\\ 0.5&0&0.375&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&-0.375\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&-0.375&-0.1875&-0.375&0&0&0&0&0.1875&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0.375&0&-0.1875&0&0.375&0&0&0&0&0&0.1875&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0.375&-0.1875&0&0&0.375&0&0&0&0&0&0&0.1875&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ -0.375&0&-0.1875&0&0&0&-0.375&0&0&0&0&0&0&0&0.1875 \end{array}\right] EI$$

Tabel 2.7: *Matrix kekakuan di titik-titik bebas*

	1	2	3	5	7	11	13	
1	2	0	0	0	0.5	0	0.5	
2	0	2	0	0.5	0	0.5	0	
3	0	0	0.75	0.375	−0.375	−0.375	0.375	
5	0	0.5	0.375	1	0	0	0	*EI*
7	0.5	0	−0.375	0	1	0	0	
11	0	0.5	−0.375	0	0	1	0	
13	0.5	0	0.375	0	0	0	1	

Tabel 2.8: *Analisis lendutan dititik bebas*

$$[K]^{-1}\{q\} = \{d\}$$

	1	2	3	5	7	11	13					
1	0.67	0.00	0.00	0.00	−0.33	0.00	−0.33		0		0.00	
2	0.00	0.67	0.00	−0.33	0.00	−0.33	0.00		0		0.00	
3	0.00	0.00	5.33	−2.00	2.00	2.00	−2.00		−9.6		−64.00	
5	0.00	−0.33	−2.00	1.92	−0.75	−0.58	0.75	$\frac{1}{EI}$	1.6	=	25.60	$\frac{1}{EI}$
7	−0.33	0.00	2.00	−0.75	1.92	0.75	−0.58		−1.6		−25.60	
11	0.00	−0.33	2.00	−0.58	0.75	1.92	−0.75		−1.6		−25.60	
13	−0.33	0.00	−2.00	0.75	−0.58	−0.75	1.92		1.6		25.60	

Tabel 2.9: *Analisis reaksi dukung*

$$[K]\ \{d\} = \{R^{11}\} - \{R^{1}\} = \{R\}$$

	1	2	3	5	7	11	13							
4	0	0	0	0	0	0	0		0.00		0		0	
6	0	−0.375	−0.1875	−0.375	0	0	0		0.00		2.4		0	
8	0	0	0	0	0	0	0		−64.00		0		0	
9	0.375	0	−0.1875	0	0.375	0	0		25.60		2.4		4.8	ton
10	0	0	0	0	0	0	0	=	−25.60	−	0	=	0	
12	0	0.375	−0.1875	0	0	0.375	0		−25.60		2.4		4.8	ton
14	0	0	0	0	0	0	0		−25.60		0		0	
15	−0.375	0	−0.1875	0	0	0	−0.375		25.60		24		4.8	ton
											−2.4			

Tabel 2.10: *Analisis gaya-gaya ujung batang*

$[T]\,(d) = (di)$

$[K]\,(d_i) = (q_i) - (q) = (q_{ujung})$

3. Batang (1 - 4)

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{EI} \begin{vmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ -64.00 \\ 0.00 \\ -25.60 \\ 0.00 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ -64.00 \\ 0.00 \\ 25.60 \\ 0.00 \end{vmatrix}$$

$\pi = 3.14159$

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \text{EI} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.375 & 0 & 0.5 & -0.375 \\ 0 & 0.375 & 0.1875 & 0 & 0.375 & -0.1875 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.375 & 0 & 1 & -0.375 \\ 0 & -0.375 & -0.1875 & 0 & -0.375 & 01875 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \frac{1}{EI} \end{array} \begin{array}{|c|} 0.00 \\ 0.00 \\ -64.00 \\ 0.00 \\ 25.60 \\ 0.00 \end{array} = \begin{array}{|c|} 0.00 \\ -11.20 \\ -2.40 \\ 0.0 \\ 1.60 \\ 2.40 \end{array} - \begin{array}{|c|} 0.00 \\ -1.60 \\ -2.4 \\ 0 \\ 1.6 \\ -2.4 \end{array} = \begin{array}{|c|} 0.00 \\ -9.60 \text{ t m} \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 4.80 \text{ ton} \end{array}$$

4. Batang (1 - 5)

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ -64.00 \\ 25.60 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ -64.00 \\ 0.00 \\ 25.60 \\ 0.00 \end{bmatrix}$$

$\pi = 4.71238$

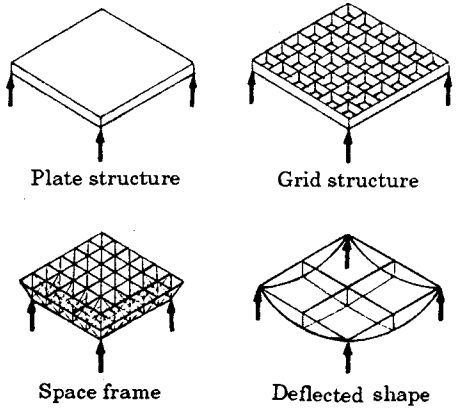
$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \text{EI} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.375 & 0 & 0.5 & -0.375 \\ 0 & 0.375 & 0.1875 & 0 & 0.375 & -0.1875 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.375 & 0 & 1 & -0375 \\ 0 & -0.375 & -0.1875 & 0 & -0.375 & 0.1875 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \frac{1}{EI} \end{array} \begin{array}{|c|} 0.00 \\ 0.00 \\ -64.00 \\ 0.00 \\ 25.60 \\ 0.00 \end{array} = \begin{array}{|c|} 0.00 \\ -11.20 \\ -2.40 \\ 0.00 \\ 1.60 \\ -2.40 \end{array} = \begin{array}{|c|} 0.00 \\ -9.60 \text{ t m} \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 4.80 \text{ ton} \end{array}$$

Bab 3

BENTUK DAN ANALISIS BALOK GRID

3.1 BERBAGAI BENTUK BALOK GRID

Dari bentuk dan sistem balok silang yang membentuk segmen-segmen wafel, maka pelat dengan sistem grid mempunyai kekakuan jauh lebih besar dibandingkan dengan pelat datar biasa. Gambar 3.1 menunjukkan perbedaan antara sistem grid dengan pelat datar dan sistem rangka ruang.



Gambar 3.1 *Berbagai struktur pelat lantai*

Dari bentuk dan posisi silang baloknya, struktur grid dapat dibedakan menjadi:

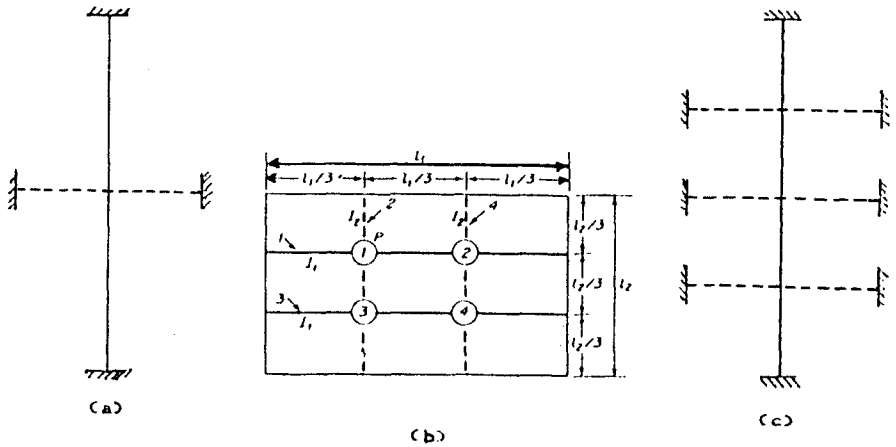
a. Sistim Grid Persegi

b. Sistim Grid Miring/Diagonal

c. Sistim Grid Majemuk

a. Sistim Grid Persegi

Sistim grid persegi dibentuk oleh dua buah balok yang saling bersilang tegak lurus satu terhadap yang lain. Dapat terdiri dari hanya satu balok atau beberapa balok, yang mempunyai sifat utama mendistribusi beban dalam dua arah atau lebih. Bentuknya dapat dilihat pada gambar 3.2.



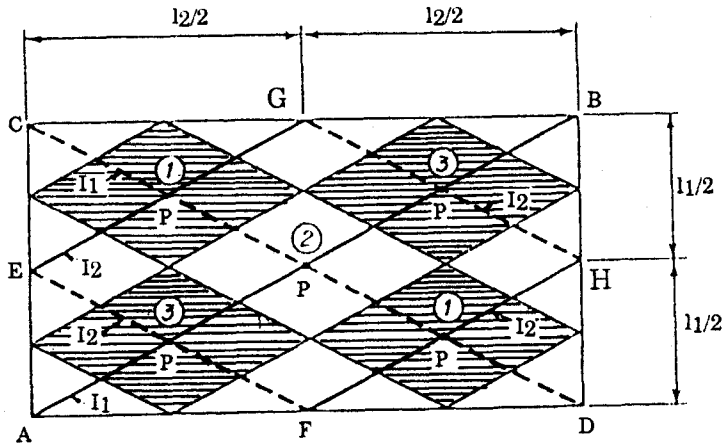
Gambar 3.2 *Sistem grid persegi*

Balok 1 (balok-atas, garis penuh) dianggap terletak di atas balok 2 (balok-bawah, *garis putus-putus*). Kedua balok dapat mempunyai panjang yang sama atau berbeda (l_1, l_2). Beban bekerja pada titik silang pertemuan kedua balok. Pada balok atas bekerja gaya (P-X) sedang pada balok bawah bekerja gaya X.

b. Sistem Grid Miring/Diagonal

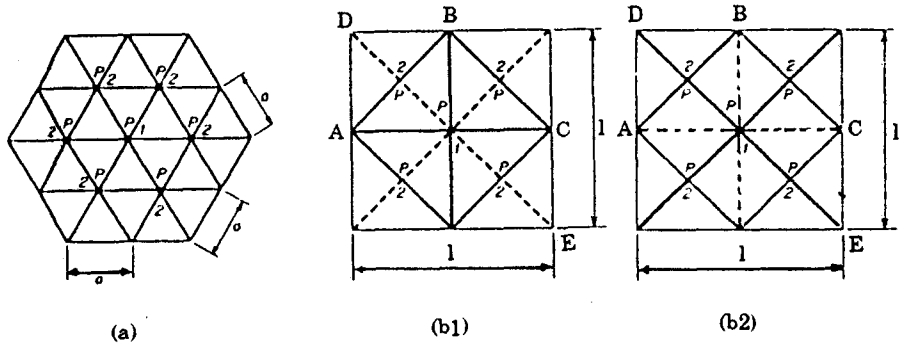
Pada sistem ini arah balok tidak saling tegak lurus, tetapi miring sehingga membentuk diagonal yang saling berpotongan. Balok-

balok diagonal ini walaupun mempunyai panjang yang tidak sama ($l_1 \neq l_2$), tapi selalu mempunyai panjang bentang yang sebanding. Pada gambar 3.3 dapat dilihat bahwa sisi EG/AB sebanding dengan sisi EF/CD.



Gambar 3.3 *Sistem grid miring*

Balok-balok dengan bentang lebih pendek yang mempunyai kekakuan lebih besar, diasumsikan mendukung balok-balok dengan bentang yang lebih besar. Beban dianggap sebagai beban titik yang bekerja pada titik pertemuan masing-masing balok diagonal.



Gambar 3.4 *Sistem grid majemuk*

c. Sistim Grid Majemuk

Pada sistem grid majemuk seperti yang ditunjukkan pada gambar 3.4 satu titik simpul dapat dilewati oleh lebih dari satu balok atas atau balok bawah. Dengan demikian beban terpusat yang bekerja pada titik simpul akan menjadi P/n untuk masing-masing balok (n = jumlah balok atas yang lewat titik simpul tersebut).

Pada gambar 3.4.a dapat dilihat bahwa pada titik 1 bertemu tiga balok. Jadi masing-masing balok mendukung beban sebesar P/3. Pada titik 2 ada dua balok dengan panjang 3a dan satu balok dengan panjang 4a. Untuk analisisnya, balok dengan panjang 4a adalah balok atas, sedang balok dengan panjang 3a merupakan balok bawah.

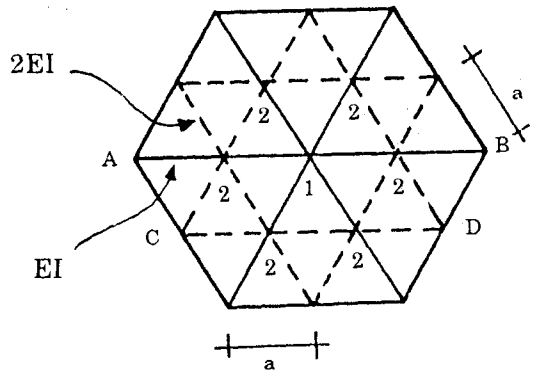
Pada gambar 3.4.b terlihat bahwa titik 1 dilewati oleh dua balok atas (garis penuh) dan dua balok bawah (garis putus-putus). Untuk analisisnya, balok atas dan balok bawah dapat ditukar posisinya (gambar 3.4.b_1 dan 3.4.b_2).

3.2 ANALISIS BALOK GRID

Analisis balok grid pada bab ini hanya diberikan berdasarkan metode **gaya** (*fleksibilitas*) dengan bantuan tabel Makowski. Prinsipnya hanya menentukan mana balok atas dan mana balok bawah. Aksi pada balok atas adalah (P-X) sedang pada balok bawah adalah X. Kemudian dibuat suatu sistem persamaan linier untuk balok atas dan balok bawah. Nilai koefisien diambil dari tabel Makowski. Dengan menyamakan kedua persamaan tersebut dapatlah dicari besarnya X. Berikut diberikan beberapa contoh analisis balok grid.

Contoh soal:

Tentukan beban-beban yang dipikul oleh tiga sistem balok-balok yang dibebani oleh beban P pada tiap-tiap titik potong dalam.



Ketiga balok yang bertemu pada titik 1 dibebani P, maka masing-masing balok menerima beban P/3.

Pada titik 2 ada dua balok dengan panjang 3 a dan satu balok 4 a Memperhatikan bahwa berdasar kesimetrisan balok-balok memikul beban-beban yang sama, maka

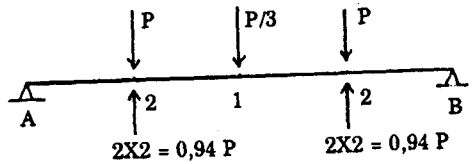
$$2X_2 \left(\frac{8+7}{486}\right)\frac{(3a)^3}{E(2I)}$$

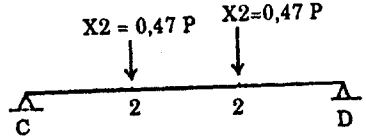
$$= (P - 2X_2)\frac{(9+7)}{768}\cdot\frac{(4a)^3}{EI} + \frac{P}{3}\left(\frac{11}{768}\right)\frac{(4a)^3}{EI}.$$

Diperoleh : $2X_2 = 0{,}94\,P$

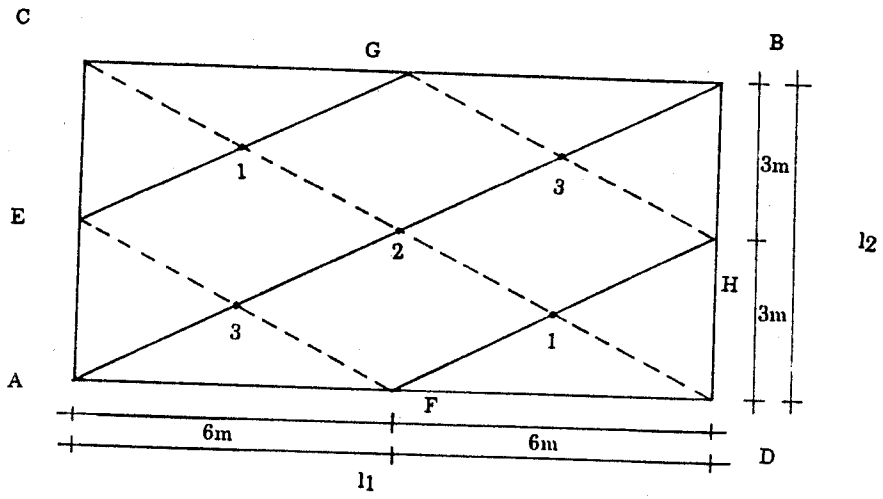
$X_2 = 0{,}47\,P$

$P - 2X_2 = 0{,}06\,P$





Contoh soal:



Evaluasi momen-momen lentur maksimum pada grid: Panjang batang diagonal AB dan CD dinyatakan dalam 1. Reaksi-reaksi pada titik 1, 2, 3 dinyatakan dengan X_1, X_2, X_3 dan ratio $I_1/I_2 = r$

Beban di semua titik sama besar = P

Titik buhul 1:

$$(P - X1)\frac{(1/2)^3}{48\ EI2} = (9X1 + 11X2 + 7X1)\frac{1^3}{768\ EI1} \quad \text{..... I}$$

Titik buhul 2:

$$\frac{1^3}{768\ EI1}[11(P-X3) + 16(P-X2) + 11(P-X3)] =$$

$$\frac{1^3}{768\ EI1}(11X1 + 16X2 + 11X1) \quad \text{..... II}$$

Titik buhul 3:

$$\frac{1^3}{768\ EI1}[9(P-X3) + 11(P-X2) + 7(P-X3)] =$$

$$\frac{(1/2)^3}{48\ EI_2} \cdot X3 \quad \text{..... III}$$

$$r = \frac{I_1}{I_2}$$

$$(16 + 2r)X1 + 11X2 = 25P \quad \text{..... I}$$

$$11X1 + 16X2 + 11X3 = 19P \quad \text{..... II}$$

$$11X2 + (16 + 2r)X3 = 27P \quad \text{..... III}$$

$$\begin{vmatrix} 16+2r & 11 & 0 \\ 11 & 16 & 11 \\ 0 & 11 & 16+2r \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 25P \\ 19P \\ 27P \end{vmatrix}$$

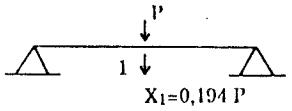
Bila I1 = I2 r = 1, maka:

$$X1 = -\frac{161}{828}P = -0{,}194\ P$$

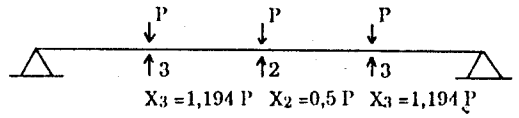
$$X2 = 1/2\ P = 0{,}5\ P$$

$$X3 = +\frac{989}{828}P = 1{,}194\ P$$

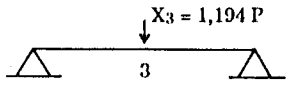
Balok (EG = FH):



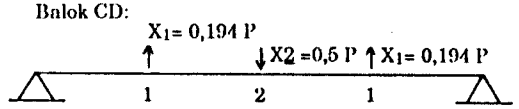
Balok AB:



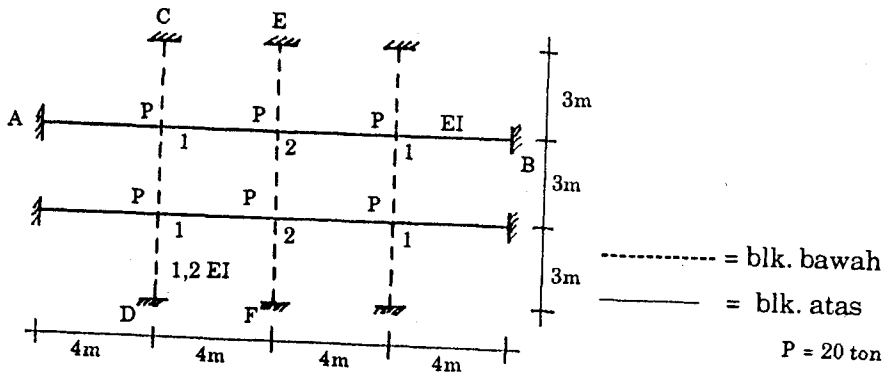
Balok (EF = GH):



Balok CD:



Contoh soal:



Simpul 1.

$$[9(20-X1) + 11(20-X2) + 7(20-X1)]\ \frac{(16)^3}{768\,(EI)}$$

$$= [(8 + 7)X1]\ \frac{(9)^3}{486\,(1{,}2\ EI)}$$

$$180 - 9X1 + 220 - 11X2 + 140 - 7X1 = 3{,}5156\ X1$$

$$540 - 19{,}5156\ X1 - 11\ X2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Simpul 2.

$$[11(20-X1) + 16(20-X2) + 11(20-X1)]\ \frac{(16)^3}{768\,(EI)}$$

$$= [(8+7)X2]\ \frac{(9)^3}{486\,(1{,}2\ EI)}$$

$$220-11X1 + 320-16X2 + 220-11X1 = 3{,}5156\ X2$$

$$760-22X1-19{,}5156X2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Pers. (1) & (2)

$$760 - 22\ X1 - 19{,}5156\ X2 = 0$$

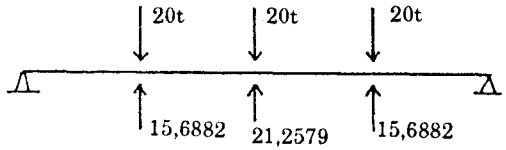
$$608{,}7438 - 22\ X1 - 12{,}4003\ X2 = 0 \quad (-)$$

$$151{,}2562 - 7{,}1153\ X2 = 0$$

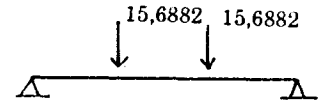
$$X_2 = 21{,}2579$$

$$X_1 = 15{,}6882$$

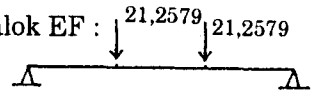
Balok AB :



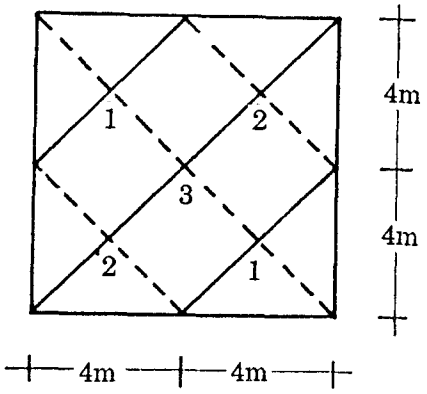
Balok CD :



Balok EF :



Contoh soal:



P semua titik = 8 ton

EI ba = EI bb

Simpul 1:

$$(8 - X1)\ \frac{(4\sqrt{2})^3}{48\ EI} = [\,9X1 + 11X3 + 7X1\,]\ \frac{(8\sqrt{2})^3}{768\ EI}$$

$$8 - X1 = 4{,}5\ X1 + 5{,}5\ X3 + 3{,}5\ X1$$

$$8 - 9X1 - 5{,}5\ X3 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Simpul 2:

$$[\,9\,(8-X2)+11\,(8-X3)+7\,(8-X2)\,]\;\frac{(8\sqrt{2})^3}{768\;EI}$$

$$=\;(X2)\;\frac{(4\sqrt{2})^3}{48\;EI}$$

$$72-9X2+88-11X3+56-7X2=2\,X2$$

$$216-18X2-11X3=0 \quad \ldots\ldots(2)$$

Simpul 3:

$$[\,11\,(8-X2)+16\,(8-X3)+11\,(8-X2)\,]\;\frac{(8\sqrt{2})^2}{768\;EI}$$

$$=\;(11X1+16X3+11X1)\;\frac{(8\sqrt{2})^3}{768\;EI}$$

$$88-11X2+128-16X3+88-11X2=11X1+16X3+11X1$$

$$304-22\,X1-22\,X2-32\,X3=0 \quad \ldots\ldots(3)$$

dari pers. (1) $X1 = \dfrac{8-5{,}5\;X3}{9} = 0{,}8889-0{,}6111\,X3$

dari pers. (2) $X2 = \dfrac{216-11\;X3}{18} = 12-0{,}6111\,X3$

pers. (1) dan (2) dimasukkan pers. (3)

$$304-22(0{,}8889-0{,}6111\,X3)-22(12-0{,}6111X3)-32X3=0$$

$$304-19{,}5558+13{,}4442\,X3-264-13{,}4442\,X3-32\,X3=0$$

$$20{,}4442-5{,}1116\;X3=0$$

$$X3=4$$

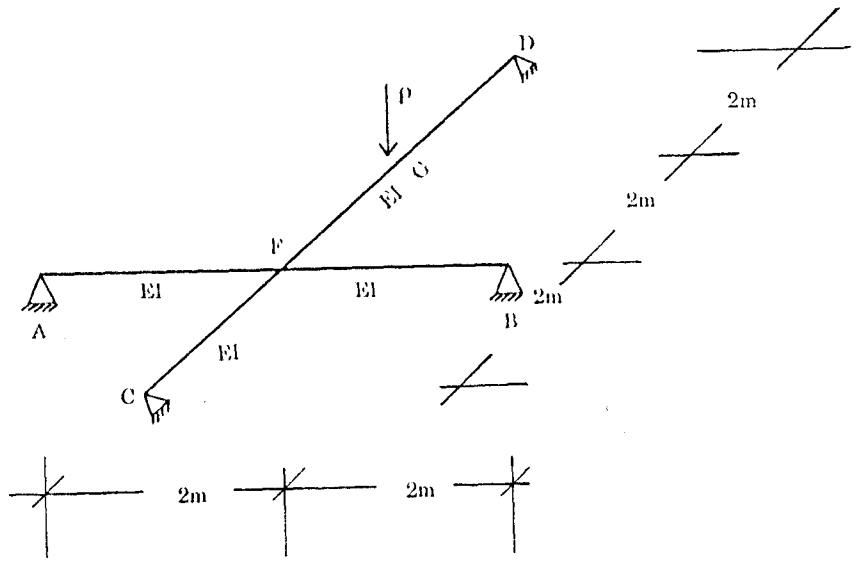
$$X2=9{,}5556$$

$$X1=-1{,}5556$$

Selanjutnya dapat digambarkan bidang D dan bidang M untuk balok atas dan balok bawah.

Contoh soal dengan metode kekakuan :

Diketahui: Balok AB berpotongan dengan Balok CD.
Harga EI kedua balok sama = EI
A dan C adalah Sendi
B dan D adalah Roll
AF=BF=CF=FG=DG=2m.
Besar gaya P=2T (Besar P ditentukan sendiri).



Ditanyakan: a) Menghitung Reaksi-Reaksinya
b) Menghitung Momen di F dan G dan Balok CD
c) Menggambar Bidang Gaya dalam Balok CD

Penyelesaian:

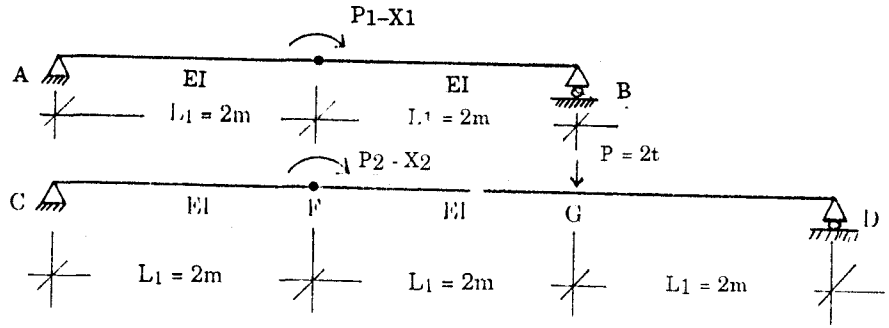


Diagram P–X

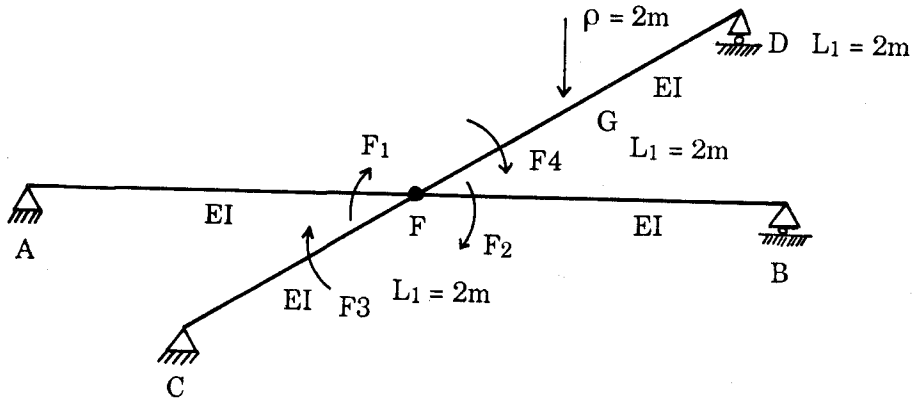


Diagram F-e

Momen Primer =

$F^{o}_{FD} = F^{o}_{4} = -\frac{3\,P\,L}{16} = -\frac{3 \cdot 2 \cdot 4}{16}$ TM (P ditengah F-D)

$= -1{,}5$ TM $= -150000$ Kg cm.

$$P_1 = F1 + F2$$
$$P_2 = F3 + F4$$
$$\rightarrow [P] = [A][F]$$

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix}$$

$$[A^T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[F] = [S][e]$$

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4EI}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{2L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix}$$

$$[S] = EI \begin{bmatrix} 0{,}02 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}02 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}02 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}01 \end{bmatrix}$$

$$[S]\,[A^T] = EI \begin{bmatrix} 0{,}02 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}02 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}02 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}01 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = EI \begin{bmatrix} 0{,}02 & 0 \\ 0{,}02 & 0 \\ 0 & 0{,}02 \\ 0 & 0{,}01 \end{bmatrix}$$

$$[C] = [A]\,[S]\,[A^T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}02 & 0 \\ 0{,}02 & 0 \\ 0 & 0{,}02 \\ 0 & 0{,}01 \end{bmatrix} = EI \begin{bmatrix} 0{,}04 & 0 \\ 0 & 0{,}03 \end{bmatrix}$$

$$[C^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}04 & 0 \\ o & 0{,}03 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 33{,}333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

[I] [C] [C^{-1}] [I]

$$[X] = [C^{-1}]\,[P] = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 33{,}333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}00 \\ 150000 \end{bmatrix} = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 0{,}00 \\ 5000000 \end{bmatrix}$$

$$[F] = [S]\,[A^T]\,x = \begin{bmatrix} 0{,}02 & 0 \\ 0{,}02 & 0 \\ 0 & 0{,}02 \\ 0 & 0{,}01 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}00 \\ \\ \\ 5000000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}00000 \\ 0{,}00000 \\ 100000 \\ 50000 \end{bmatrix}$$

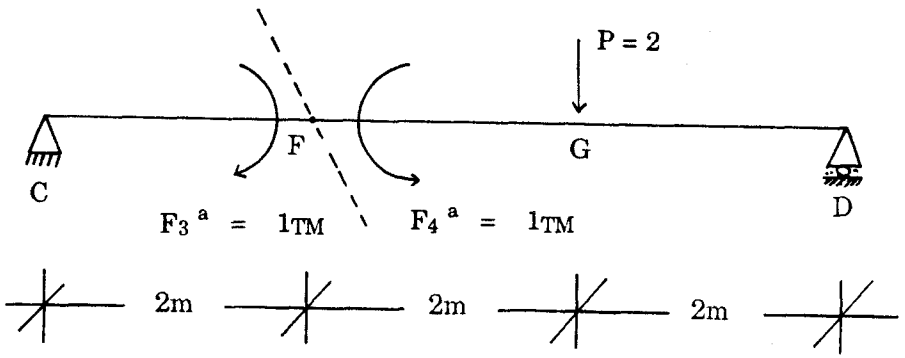
Sehingga didapat :

$$\begin{bmatrix} F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}0 \\ 0{,}00 \\ 100000 \\ 50000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Satuan dlm kg cm} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} F_1^a \\ F_1^a \\ F_3^a \\ F_4^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1^0 \\ F_2^0 \\ F_3^0 \\ F_1^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ F_1 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}0 \\ 0{,}0 \\ 0{,}00 \\ -\,150000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0{,}0 \\ 0{,}0 \\ 100000 \\ 50000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} F_1^a \\ F_2^a \\ F_3^a \\ F_4^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}0 \\ 0{,}0 \\ 100000 \text{kg cm} \\ -100000 \text{kg cm} \end{bmatrix}$$

a) Menghitung Reaksi-Reaksi:



Akibat Momen Lentur & Akibat P terpusat:

$$R_c = \frac{F_3^a}{L_1} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ T } (\downarrow)$$

$$R_f \text{ ki} = \frac{F_3^a}{L_1} = \frac{1}{2} = 0{,}5 \text{ T } (\uparrow)$$

$$R_f \text{ ka 1} = \frac{F_4^a}{2L_1} = \frac{1}{4} = 0{,}25 \text{ T } (\uparrow)$$

$$R_f \text{ ka 2} = \frac{1}{2}P = \frac{1}{2}.2 = 1 \text{T } (\uparrow)$$

$$R_{f_{ka\,tot}} = R_{f_{ka\,1}} + R_{f_{ka\,2}} = 0{,}25 \text{ T} + 1 \text{ T} = 1{,}25 \text{ T } (\uparrow)$$

$$R_{d_1} = \frac{F_4^a}{2l_1} = \frac{1}{4} = 0{,}25 \text{ T } (\downarrow)$$

$$R_{d_2} = \frac{1}{2} P = \frac{1}{2}.2 \text{ T} = 1 \text{ T } (\uparrow)$$

$$R_{d_{tot}} = R_{d_1} + R_{d_2} = 1 \text{ T} - 0{,}25 \text{ T} = 0{,}75 \text{ T } (\downarrow)$$

Didapat Reaksi total di perletakan dan di titik potong bentang AB & CD sebagai berikut :

$R_a = 0$

$R_b = 0$

$R_c = 0{,}5 \text{ T } (\downarrow)$

$R_f = R_{f_{ki}} + R_{f_{ka\,tot}} = 0{,}5 \text{ T} + 1{,}25 \text{ T} = 1{,}75 \text{ T } (\uparrow)$

$Rd = R_{d_{tot}} = 0{,}75 \text{ T } (\uparrow)$

Cheking $\sum$ Vertikal : $R_a + R_b + R_c + R_f + R_d = P$

$0 + 0 - 0{,}5 \text{ T} + 1{,}75\text{T} + 0{,}75\text{T} = 2\text{T}$

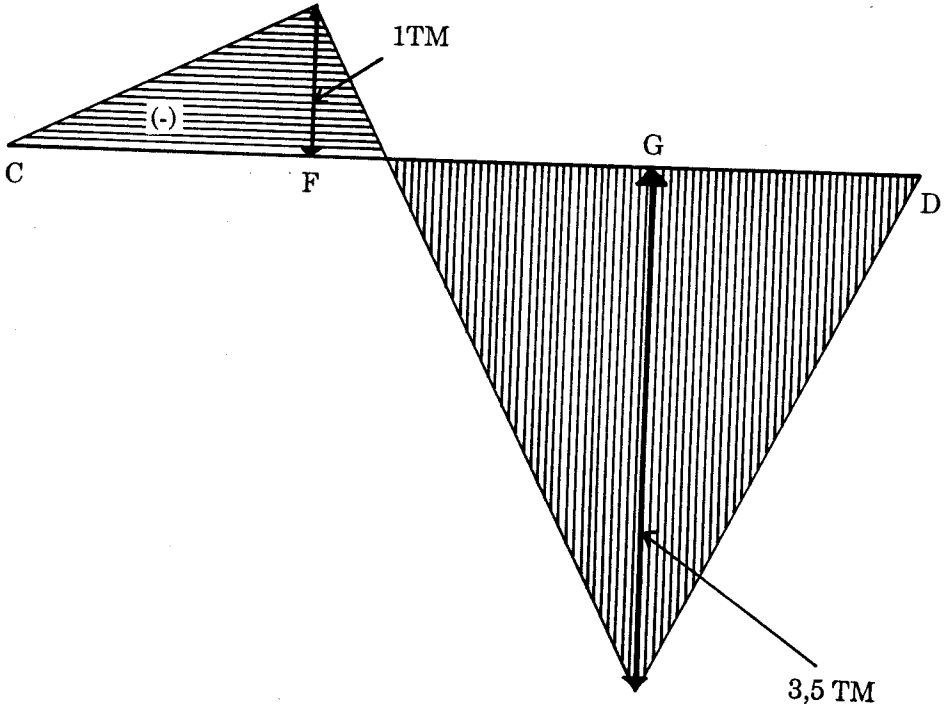
$2{,}0\text{T} = 2\text{T}$ (O.K)

b) Menghitung Momen Balok C-D:

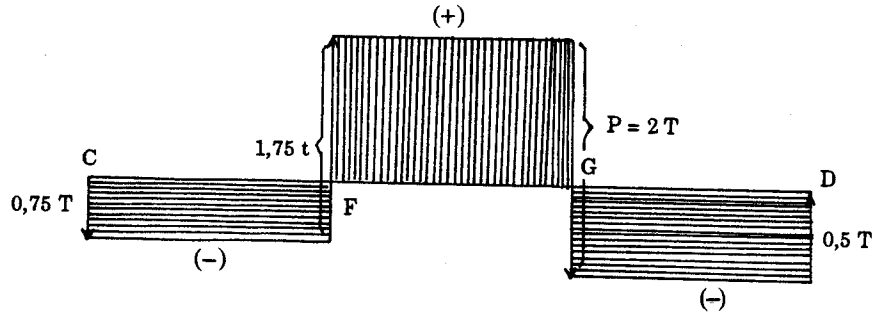
$M_f = -R_c.2\text{m} = -0{,}5\text{T}(2\text{m}) = -1 \text{ TM}$

$MG = R_f.2\text{m} = 1{,}75 \text{ T}(2\text{m}) = 3{,}5 \text{ TM}$

C) Penggambaran bidang gaya dalam sebagai berikut:

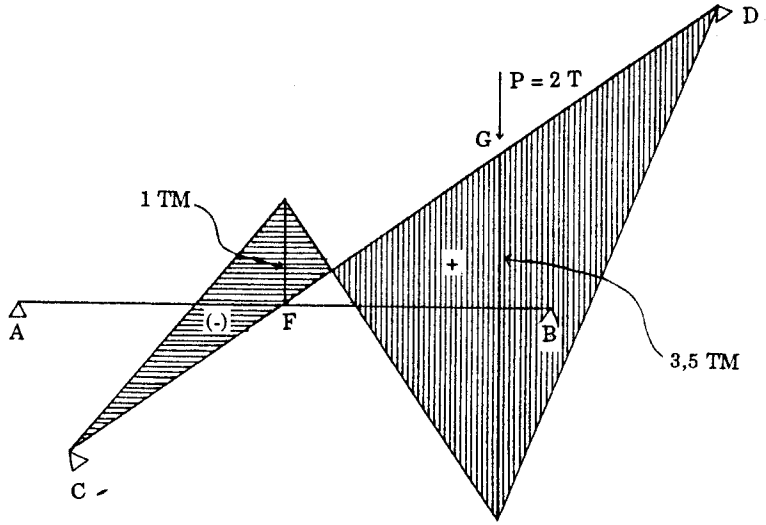


BIDANG MOMEN

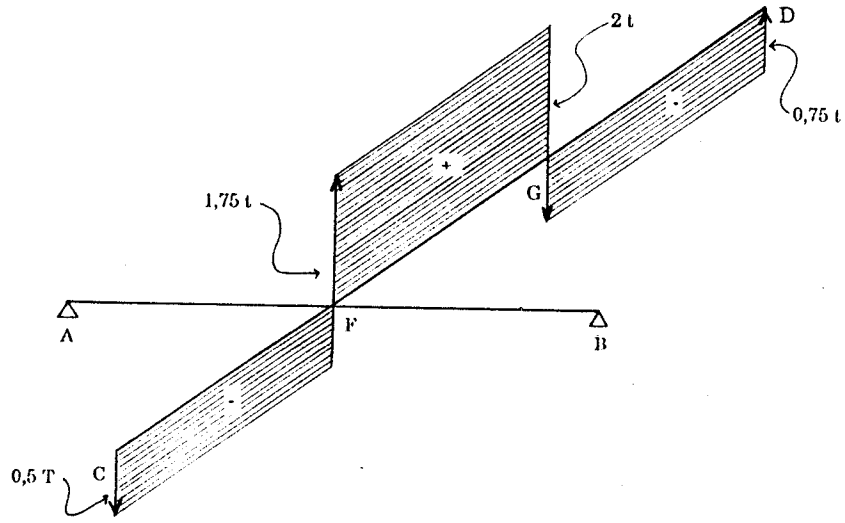


BIDANG GAYA GESER

GABUNGAN BENTANG A - B & C - D

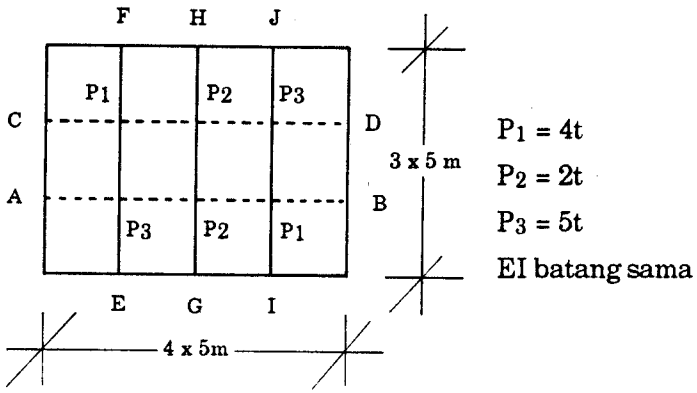


BIDANG MOMEN



BIDANG GAYA GESER

Contoh soal:



$P_1 = 4t$

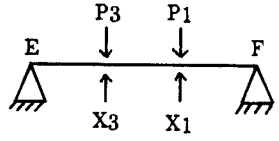
$P_2 = 2t$

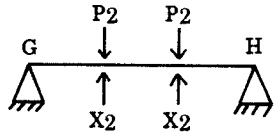
$P_3 = 5t$

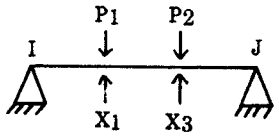
EI batang sama

Penyelesaian:

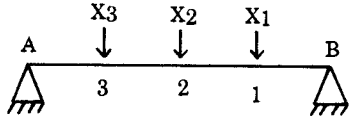
" Balok atas"

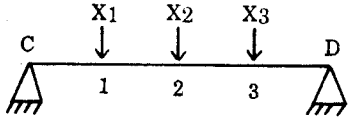






" Balok bawah"





- Titik 1:

$$[8(P_1 - X_1) + 7(P_3 - X_3)]\frac{15^3}{486EI} = (9X_1 + 11X_2 + 7X_3)\frac{20^3}{768EI}$$

$$[8(4 - X_1) + 7(5 - X_3)]\left(\frac{15}{20}\right)^3 \cdot \frac{768}{486} = 9X_1 + 11X_2 + 7X_3$$

$$(67 - 8X_1 - 7X_3)\left(\frac{2}{3}\right) = 9X_1 + 11X_2 + 7X_3$$

$$134 - 16X_1 - 14X_3 = 27X_1 + 33X_2 + 21X_3$$

$$43X_1 + 33X_2 + 35X_3 = 134 \quad \ldots\ (1)$$

- Titik 2:

$$[8(P_2 - X_2) + 7(P_2 - X_2)]\frac{15^3}{486EI} = (11X_1 + 16X_2 + 11X_3)\frac{20^3}{768EI}$$

$$15(2 - X_2)\frac{2}{3} = 11X_1 + 16X_2 + 11X_3$$

$$60 - 30X_2 = 33X_1 + 16X_2 + 33X_3$$

$$33X_3 + 78X_2 + 33X_3 = 60 \quad \ldots\ (2)$$

- Titik 3:

$$[8(P_3 - X_3) + 7(P_1 - X_1)]\frac{15^3}{486EI} = (7X_1 + 11X_2 + 9X_3)\frac{20^3}{768EI}$$

$$[8(5 - X_3) + 7(4 - X_1)]\frac{2}{3} = 7X_1 + 11X_2 + 9X_3$$

$$136 - 16X_3 - 14X_1 = 21X_1 + 33X_2 + 27X_3$$

$$35X_1 + 33X_2 + 53X_3 = 136 \ldots(3)$$

Penyelesaian pers (1) (2) dan (3)

$$33 \times (1) \longrightarrow \quad 1419X_1 + 1089X_2 + 1155X_3 = 4422$$

$$35 \times (2) \longrightarrow \quad 1155X_1 + 2730X_2 + 1155X_3 = 2100$$

$$264X_1 - 1641X_2 = 2322 \ldots (A)$$

$$53 \times (1) \longrightarrow \quad 2279\,X_1 + 1749\,X_2 + 1855\,X_3 = 7102$$

$$35 \times (3) \longrightarrow \quad 1225\,X_1 + 1155\,X_2 + 1855\,X_3 = 4760$$

$$1054\,X_1 - 594\,X_2 = 2342 \quad \ldots (B)$$

$$534 \times (A) \longrightarrow 156816\,X_1 - 974754\,X_2 = 1379268$$

$$1641 \times (B) \longrightarrow 1729614\,X_1 + 974754\,X_2 = 3843222$$

$$1886430\,X_1 = 5222490$$

$$X_1 = 2{,}768 \text{ t}$$

$$(B) \longrightarrow X_2 = -0{,}97 \text{ t}$$

$$(3) \longrightarrow X_3 = 1{,}342 \text{ t}$$

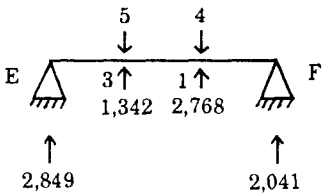
- Balok atas:

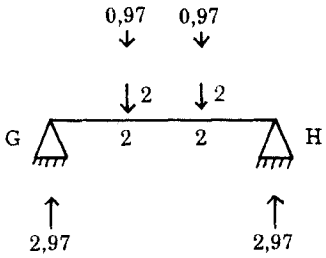
$$R_E = \frac{1}{15}(3{,}658 \cdot 10 + 1{,}232 \cdot 5) = 2{,}849 \text{ t}$$

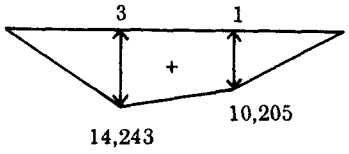
$$R_F = \frac{1}{15}(3{,}658 \cdot 5 + 1{,}232 \cdot 10) = 2{,}041 \text{ t}$$

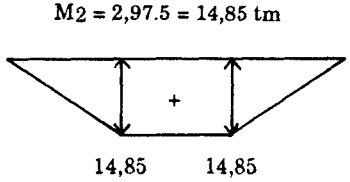
$$M_3 = 2{,}849 \cdot 5 = 14{,}243 \text{ tm}$$

$$M_1 = 2{,}041 \cdot 5 = 10{,}205 \text{ tm}$$









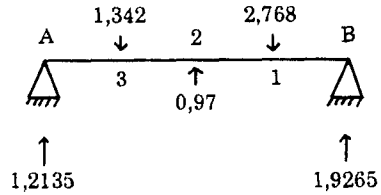
- Balok bawah:

$$R_A = \frac{1}{20}(2{,}768 \cdot 5 - 0{,}97 \cdot 10 + 1{,}342 \cdot 15)$$

$$= 1{,}2135$$

$$R_B = \frac{1}{20}(1{,}342 \cdot 5 - 0{,}97 \cdot 10 + 2{,}768 \cdot 15)$$

$$= 1{,}9265$$

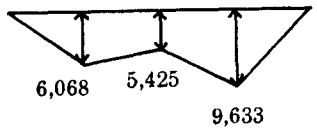


$$M_3 = 1{,}2135 \cdot 5 = 6{,}068 \text{ tm}$$

$$M_2 = 1{,}2135 \cdot 10 - 1{,}342 \cdot 5 = 5{,}425 \text{ tm}$$

$$= 1{,}9265 \cdot 10 - 2{,}768 \cdot 5 = 5{,}425 \text{ tm}$$

$$M_1 = 1{,}9265 \cdot 5 = 9{,}6325 \text{ tm}$$



Contoh Soal :

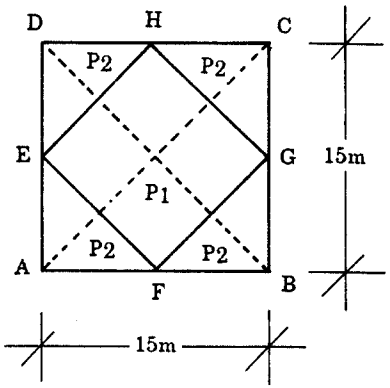
---------- = balok bawah

——— = balok atas

$P_1 = 5$ ton

$P_2 = 4$ ton

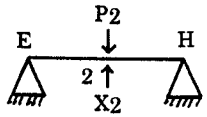
EI batang sama



Penyelesaian:

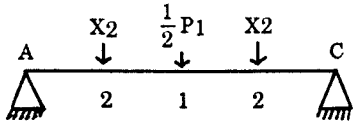
- Balok atas:

EH/FG/EF/GH:



- Balok bawah:

AC/BD



- Titik 2:

$$1\,(P_2 - X_2)\,\frac{(7{,}5\sqrt{2})^3}{48EI} = (9X_2 + 11\,(0{,}5P_1) + 7X_2]\,\frac{(15\sqrt{2})^3}{768EI}$$

$$16\,(P_2 - X_2)\,(7{,}5\sqrt{2})^3 = [16X_2 + 515P_1]\,(15\sqrt{2})^3$$

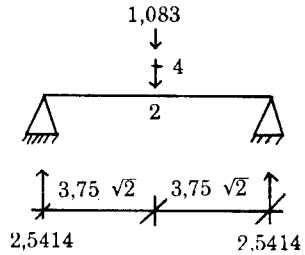
$$-16X_2\,(7{,}5\sqrt{2})^3 - 16X_2\,.(15\sqrt{2})^3 = 5{,}5P_1\,(15\sqrt{2})^3 - 16P_2\,(7{,}5\sqrt{2})^3$$

$$-171826{,}9478\,X_2 = 5{,}5\,.\,5\,(15\sqrt{2})^3 - 16\,.\,4\,.\,(7{,}5\sqrt{2})^3$$

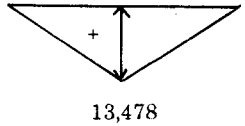
$$= 186145{,}8601$$

$$X_2 = -1{,}083 \text{ ton}$$

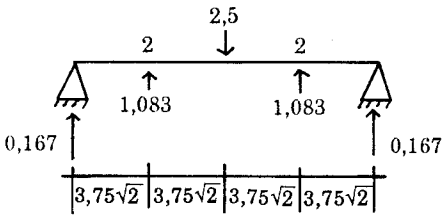
" Balok atas " :

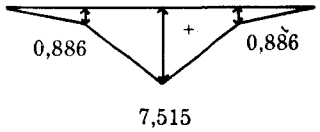


$M_2 = 2{,}5415\,.\,3{,}75\sqrt{2} = 13{,}478$ tm



" Balok bawah " :





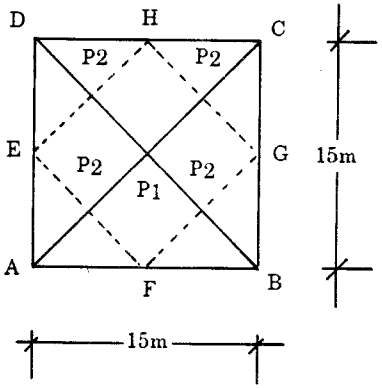
$M_2 = 0{,}167\,.\,3{,}75\sqrt{2} = 0{,}886$ tm

$M_1 = 0{,}167\,.\,7{,}5\,\sqrt{2} + 1{,}083\,.\,3{,}75\,\sqrt{2} = 7{,}515$ tm

Contoh Soal :

---------- = balok bawah

———— = balok atas



P_1 = 5 ton

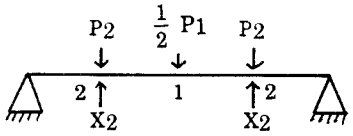
P_2 = 4 ton

EI batang sama

Penyelesaian

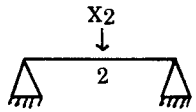
- Balok atas

AC/BD :



- Balok bawah

EH/FG/EF/GH



- Titik 2:

$$[\,9\,(P_2 - X_2) + 11\,(0{,}5\,P_1) + 7\,(P_2 - X_2)\,]\,\frac{(15\sqrt{2})^3}{768EI} = X_2\,\frac{(7{,}5\sqrt{2})^3}{48EI}$$

$$[\,16\,(P_2 - X_2) + 5{,}5\,P_1\,]\,(15\sqrt{2})^3 = 16\,(7{,}5\sqrt{2})^3 . X_2$$

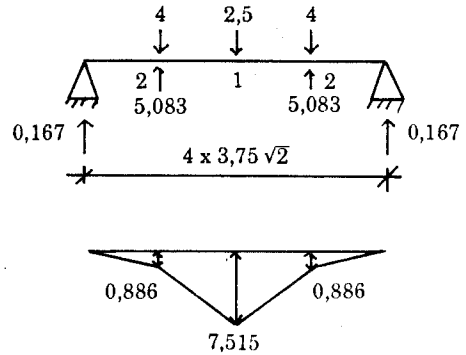
$$[\,16\,P_2 + 5{,}5\,P_1\,]\,(15\sqrt{2})^3 = 16\,(7{,}5\sqrt{2})^3\,X_2 + 16\,(15\sqrt{2})^3 . X_2$$

$$(16 . 4 + 5{,}5 . 5)\,(15\sqrt{2})^3 = 171826{,}9478\,X_2$$

$$873453{,}6512 = 171826{,}9478\,X_2$$

$$X_2 = 5{,}083 \text{ ton}$$

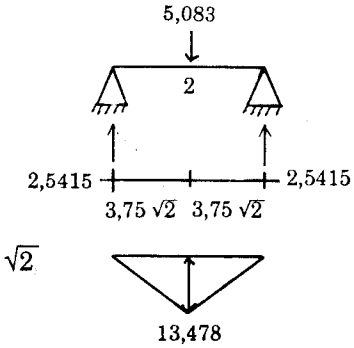
- Balok atas:



$M_2 = 0{,}167 . 3{,}75\sqrt{2} = 0{,}886$ tm

$M_1 = 0{,}167 . 7{,}5\sqrt{2} + 1{,}083 . 3{,}75\sqrt{2} = 7{,}515$ tm

- Balok bawah:

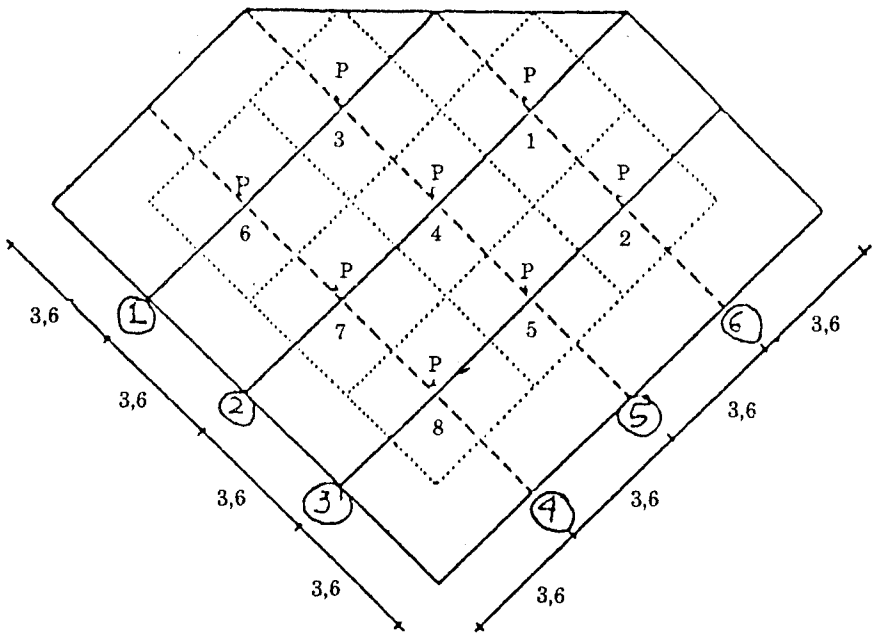


$M_2 = 2{,}5415 . 3{,}75\sqrt{2}$

$= 13{,}478$ tm

Contoh Soal:

Dalam contoh ini hitungan yang telah diuraikan dalam bab sebelumnya diterapkan pada suatu balok silang seperti pada gambar di bawah ini.



Gambar 3.5 *Contoh model struktur grid*

Keterangan:

———— = balok atas

-- -- -- = balok bawah

---------- = batas luas dukung pada tiap titik buhul.

Persamaan-persamaan perpindahan

Persamaan-persamaan yang menyatakan kesamaan perpindahan dari sistem balok atas dan balok bawah pada titik-titik perpotongannya untuk gambar di atas berdasarkan tabel 2.3 adalah:

1. titik-1.

$$8\,(P - X_1) + 7\,(P - X_2) \;.\; \frac{(3.1)^3}{486}$$

$$= (9.X1 + 11.X + 7.X7) \;.\; \frac{(4.1)^3}{768}$$

2. titik-2.

$$8\,(P - X2) + 7\,(P - X1) \;.\; \frac{(3.1)^3}{486}$$

$$= (9.X2 + 11.X5 + 7.X8) \;.\; \frac{(4.1)^3}{768}$$

3. titik-3.

$$9\,(P - X3) + 11\,(P - X4) + 7\,(P - X5) \;.\; \frac{(4.1)^3}{768}$$

$$= (8.X3 + 7.X6) \;.\; \frac{(3.1)^3}{486}$$

4. titik-4.

$$11\,(P - X3) + 16\,(P - X4) + 11\,(P - X5) \;.\; \frac{(4.1)^3}{768}$$

$$= (11.X1 + 16.X4 + 11.X7) \;.\; \frac{(4.1)^3}{768}$$

5. titik-5.

$$9\,(P - X5) + 11\,(P - X4) + 7\,(P - X3) \;.\; \frac{(4.1)^3}{768}$$

$$= (11.X2 + 16.X5 + 11.X8) \;.\; \frac{(4.1)^3}{768}$$

6. titik-6.

$$9\,(P - X6) + 11\,(P - X7) + 7\,(P - X8) \;.\; \frac{(4.1)^3}{768}$$

$$= (8.X6 + 7.X3) \;.\; \frac{(3.1)^3}{486}$$

7. titik-7.

$$11\,(P - X6) + 16\,(P - X7) + 11\,(P - X8) \cdot \frac{(4.1)^3}{768}$$

$$= (9.X7 + 11.X4 + 7.X1) \cdot \frac{(4.1)^3}{768}$$

8. titik-8.

$$9\,(P - X8) + 11\,(P - X7) + 7\,(P - X6) \cdot \frac{(4.1)^3}{768}$$

$$= (9.X8 + 11.X5 + 7.X2) \cdot \frac{(4.1)^3}{768}$$

Selanjutnya persamaan-persamaan di atas dapat disederhanakan menjadi:

$0{,}8333 . P = 1{,}1944 . X1 + 0{,}3889 . X2 + 0{,}9167 . X4 + 0{,}5833 . X7$

$0{,}8333 . P = 0{,}3889 . X1 + 1{,}1944 . X2 + 0{,}9167 . X5 + 0{,}5833 . X8$

$2{,}25 . P = 1{,}1944 . X3 + 0{,}9167 . X4 + 0{,}5833 . X5 + 0{,}3889 . X6$

$38 . P = 11 . X1 + 11 . X3 + 32 . X4 + 11 . X5 + 11 . X7$

$27 . P = 11 . X2 + 7 . X3 + 11 . X4 + 25 . X5 + 11 . X8$

$2{,}25 . P = 0{,}3889 . X3 + 1{,}1944 . X6 + 0{,}9167 . X7 + 0{,}5833 . X8$

$38 . P = 7 . X1 + 11 . X4 + 11 . X6 + 25 . X7 + 11 . X8$

$27 . P = 7 . X2 + 11 . X5 + 7 . X6 + 11 . X7 + 18 . X8$

Reaksi-reaksi yang Terjadi.

Dari persamaan-persamaan di depan, setelah dihitung akan diperoleh harga-harga X sebagai berikut:

X1 = – 0,3393 . P
X2 = 0,5444 . P
X3 = 1,3393 . P
X4 = 0,5 . P
X5 = 0,0255 . P
X6 = 0,4556 . P

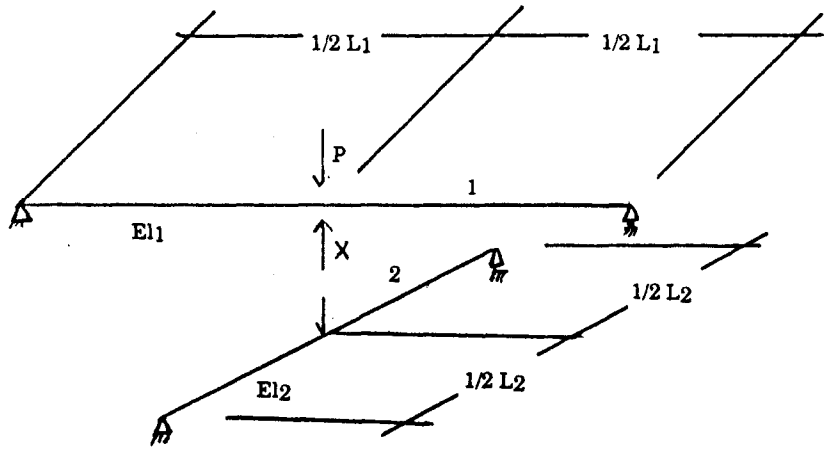
X7 = 0,9745 . P
X8 = 0,5 . P

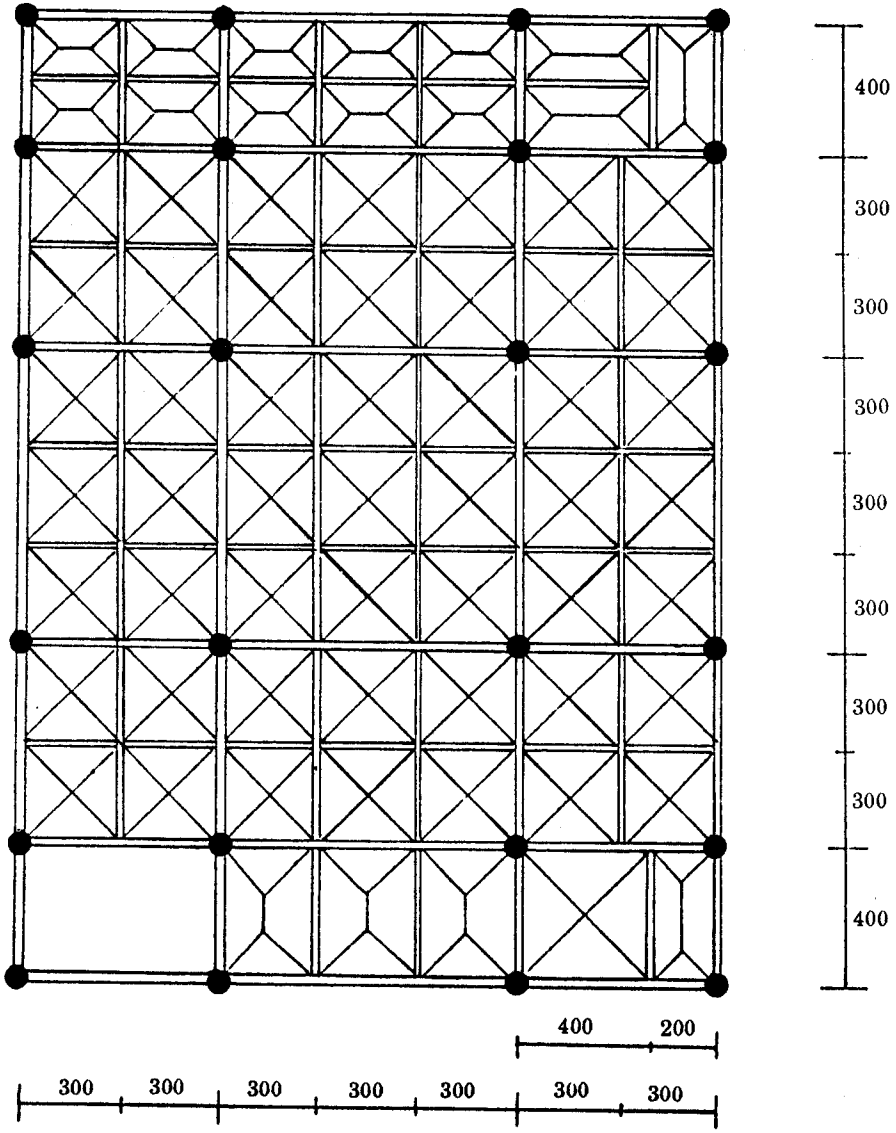
P adalah resultante dari suatu beban merata pada luas dukung di sekeliling tiap titik buhul. Misalnya pada balok silang ini besarnya P = 20 ton, maka harga-harga X dapat dihitung sebagai berikut:

X1	= - 0,3393	. 20		X5	= 0,0255	. 20	
	= - 6,7860	ton			= 0,5100	ton	
X2	= 0,5444	.20		X6	= 0,4556	. 20	
	= 10,8880	ton			= 9,1120	ton	
X3	= 1,3393	. 20		X7	= 0,9745	. 20	
	= 26,7860	ton			= 19,4900	ton	
X4	= 0,5	. 20		X8	= 0,5	.20	
	= 10	ton			= 10	ton	

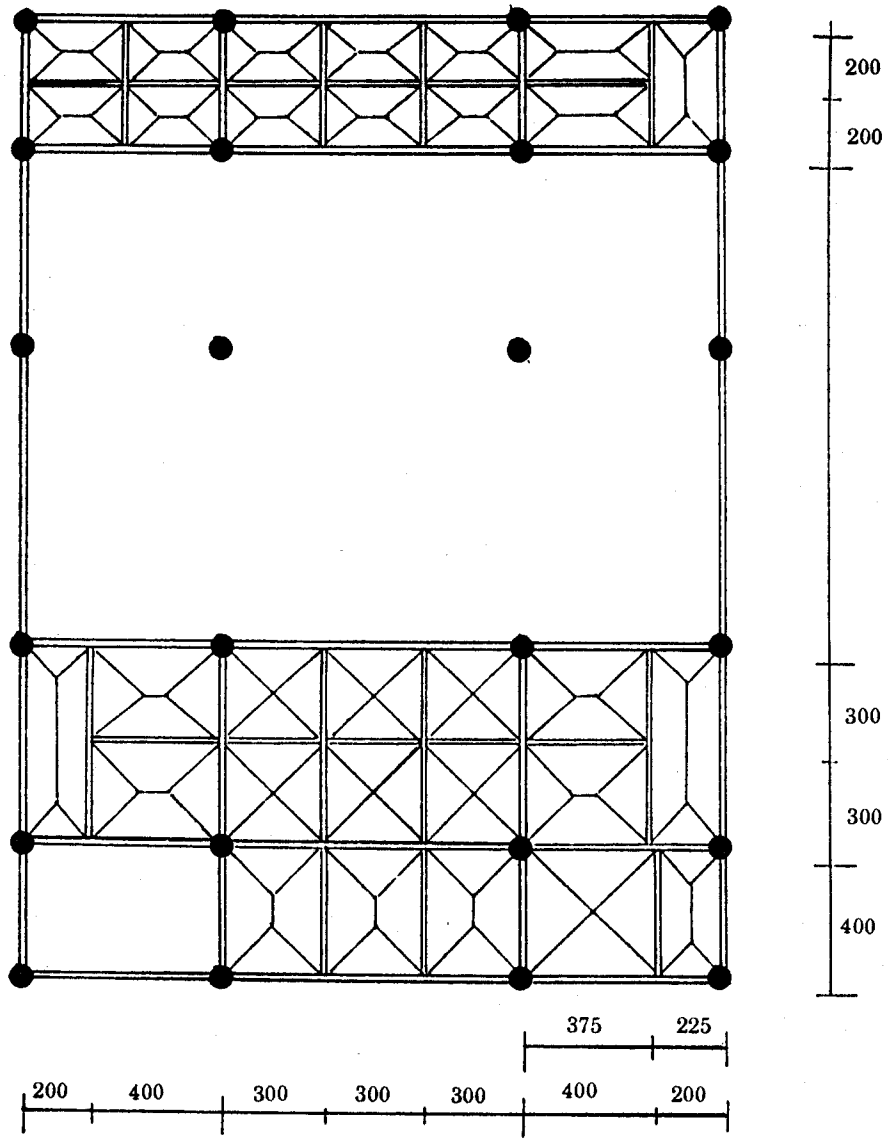
Contoh aplikasi :

Nama Proyek : Gedung Juang '45
Jalan Pemuda 163 Semarang.
Gambar Denah : Lihat gambar I sampai IV.
Struktur Grid :

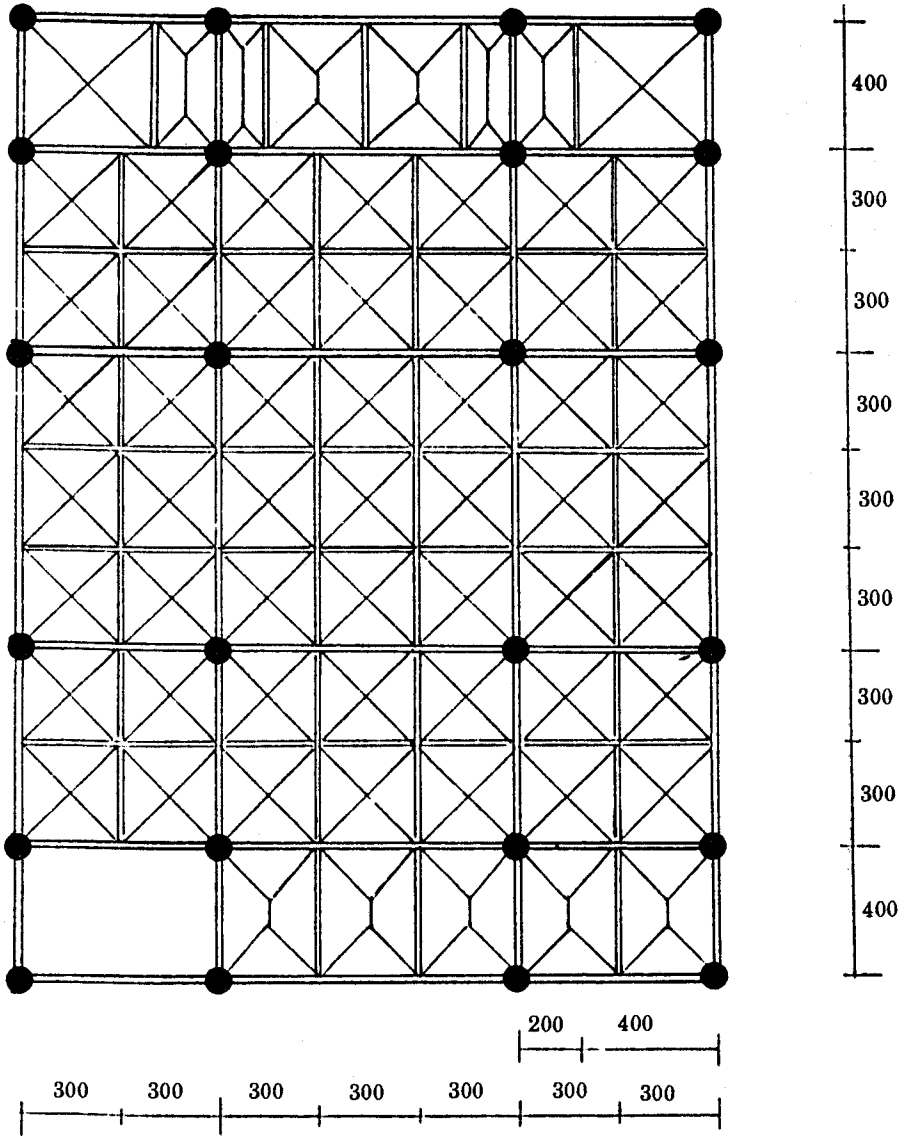




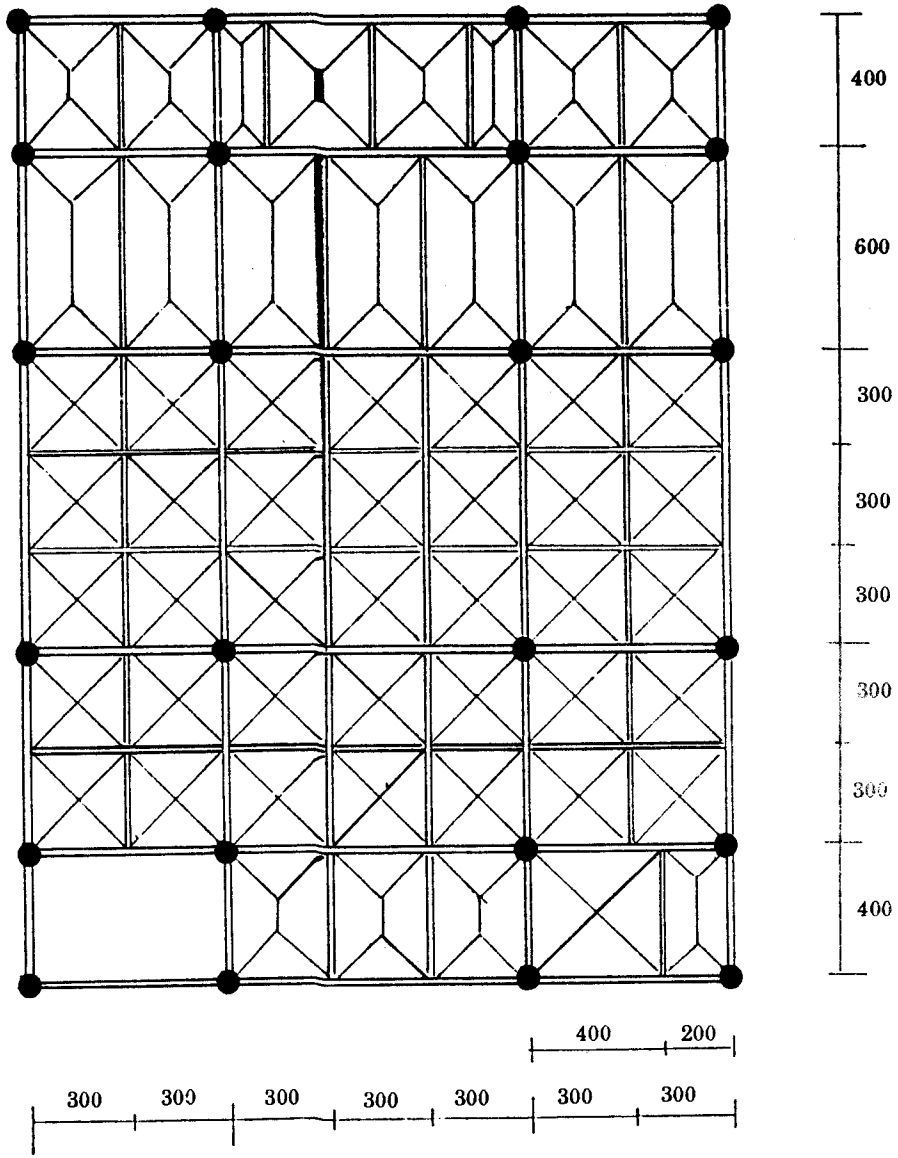
Gambar I *Denah Plat Lantai 2*



Gambar II *Denah Plat Lantai 3*



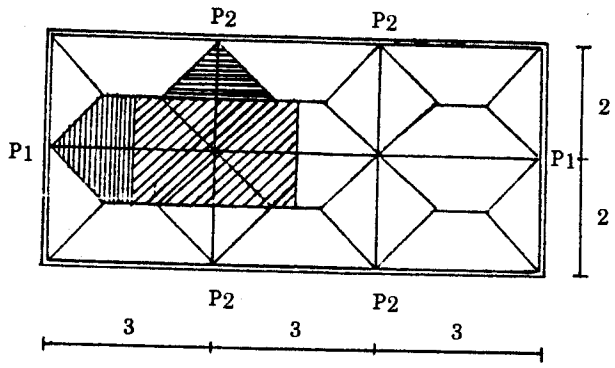
Gambar III *Denah Plat Lantai 4,5,7*



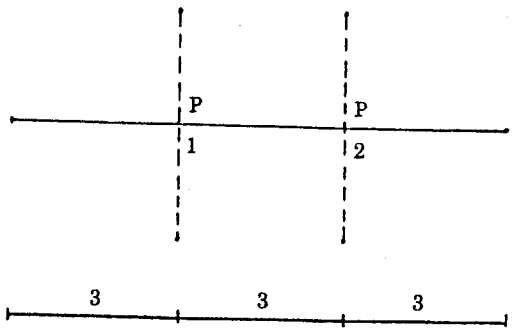
Gambar IV *Denah Plat Lantai 6*

Analisis Beban:

1. Grid I (lantai 2 dan 3)



Denah Balok Silang



Posisi Balok Silang

Perhitungan Beban P yang bekerja pada balok silang

- berat lantai = (3x2) x 850 = 5100 kg
- berat balok silang (20/40)
  = 0,2 x 0,28 x 2400 x (3-0,25) = 369,6 kg
- berat balok silang (25/45)
  = 0,25 x 0,33 x 2400 x 2 = 396 kg

P = 5865,6 kg +

Balok atas (20/40) -----> $I_1 = 0{,}0020\ m^4$; n = 3

Balok bawah (25/45) -----> $I_2 = 0{,}0033\ m^4$; n = 2

Simpul 1

$$[\ 8\,(P - x_1) + 7\,(P - x_2)\ ] \cdot \frac{L_1{}^3}{486 \cdot EI_1} = \frac{X_1 \cdot L_2{}^3}{48 \cdot EI_2}$$

simpul 1 = simpul 2 -----> $x_1 = x_2 = x$

$$15\ (P - x) \cdot \frac{9^3}{486 \cdot 0,002} = \frac{x \cdot 4^3}{48 \cdot 0,0033}$$

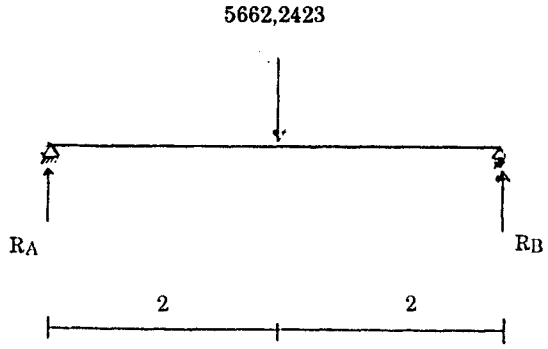
$$11250\ (P - X) = 404{,}0404\ x$$

$$11654{,}0404\ x = 11250\ P$$

$$x = 0.9653\ P$$

$$x = o.9653 \cdot 5865{,}6$$

$$x = 5662{,}2423\ kg$$



$P_2' = R_A = R_B = 2831,1212$ kg

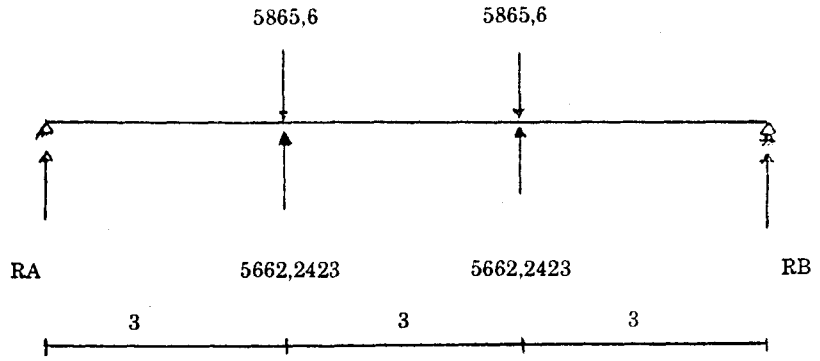
Beban terpusat pada balok induk akibat beban balok silang

- beban lantai = 1 x 1 x 850 = 850 kg
- berat balok silang (25/45)

0,25 x 0.33 x 2400 x (1 - 0,175) = 163,35 kg

P_B = 1013,35 kg

$P_2 = P_2' + P_B = 3844,4712$ kg.



$P1' = R_A = R_B = 203,3577$ kg

Beban terpusat pada balok induk akibat beban balok silang

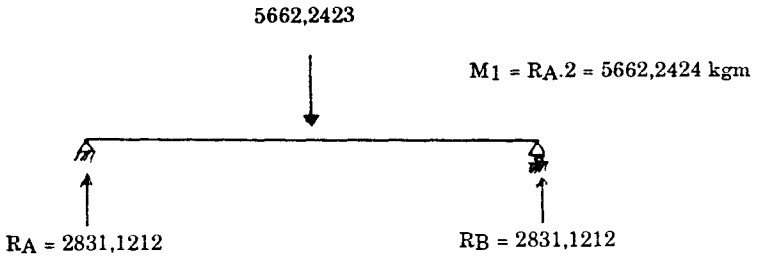
- beban lantai = (2 x 0,5 + 1 x 1) x 850 = 1700 kg
- berat balok silang (20/40)

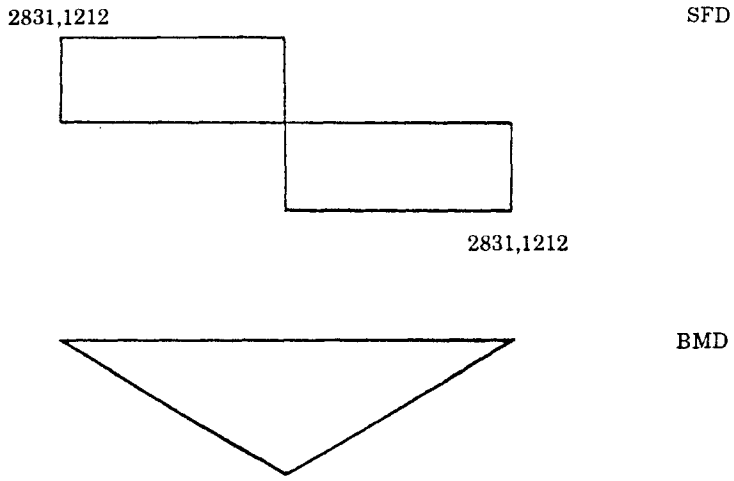
= 0,20 x 0,28 x 2400 x (1,5 - 0,15) = 181,44 kg

P_A = 1881,44 kg

$P_1 = P_1' + P_A = 2084,7977$ kg.

Balok bawah

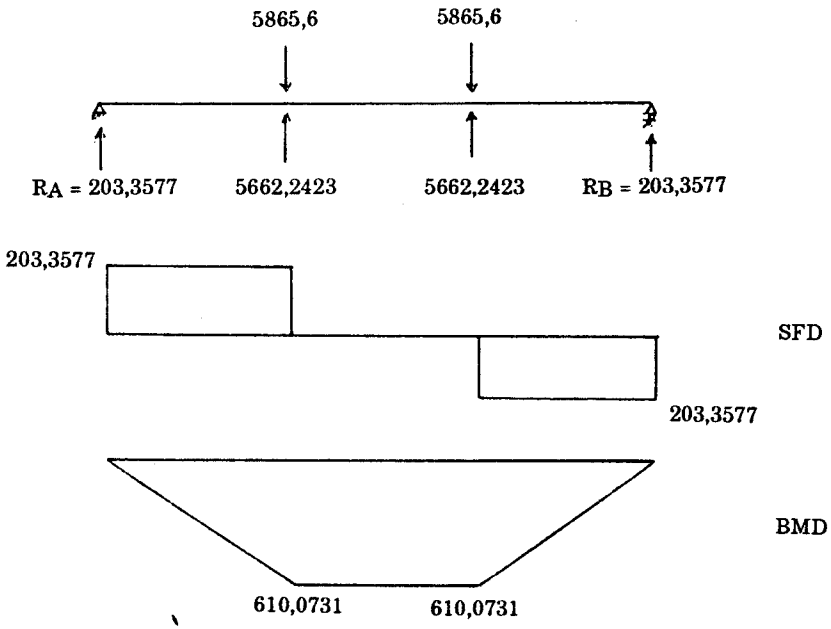




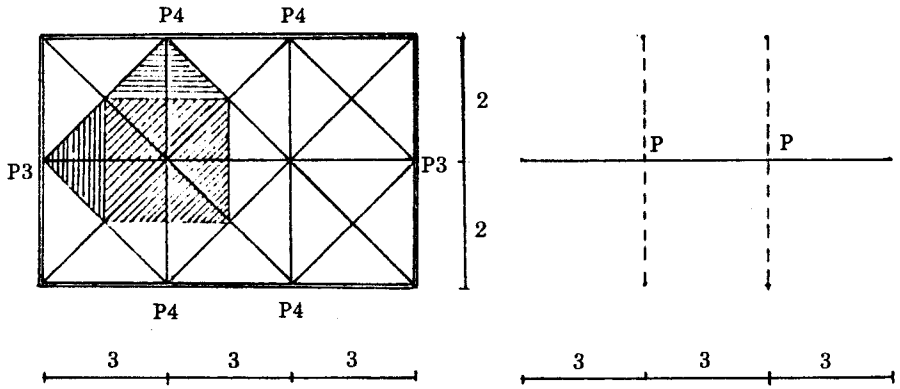
Balok atas

$M_1 = R_A.3 = 610{,}0731$ kgm

$M_2 = R_B.3 = 610{,}0731$ kgm



2.Grid 2 (lantai 2,3,4)



Denah Balok Silang

Posisi Balok Silang

Perhitungan beban P yang berkerja pada balok silang

- berat lantai = (3 x 3) x 850 = 7650 kg
- berat balok silang (20/30)
  = 0,20 x 0,18 x 2400 x (3 - 0,25) = 237,6 kg
- berat balok silang (25/50)
  = 0,25 x 0,38 x 2400 x 3 = 684 kg

P = 8571,6 kg

Balok atas (20/30) ----> $I_3 = 0{,}0008\ m^4$; n = 3

Balok bawah (25/50) ----> $I_4 = 0{,}0046\ m^4$; n = 2

Simpul 1

$$[\ 8(P - x_1) + 7(P - x_2)\ ] \cdot \frac{L_3{}^3}{486\ EI_3} = \frac{x_1 \cdot L_4{}^3}{45\ EI_4}$$

simpul 1 = simpul 2 ----> $x_1 = x_2 = x$

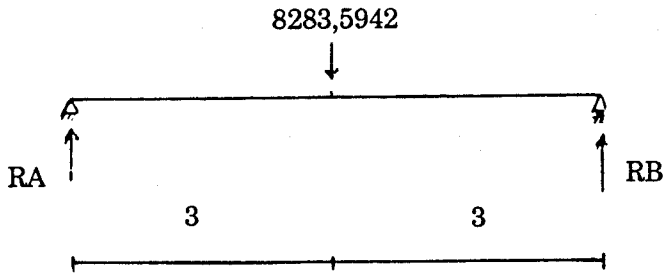
$$15\ (P - x) \cdot \frac{9^3}{486 \cdot 0{,}0008} = \frac{x \cdot 6^3}{48 \cdot 0{,}0046}$$

$28125\ (P - X) = 978{,}2609.x$

$x = 0{,}9664\ P$

$x = 0{,}9664 \cdot 8571{,}6$

$x = 8283{,}5942$ kg



$P_4' = R_A = R_B = 4141{,}7971$ kg

Proyek Pembinaan Perpustakaan
Jawa Timur
T. A. 1996/1997

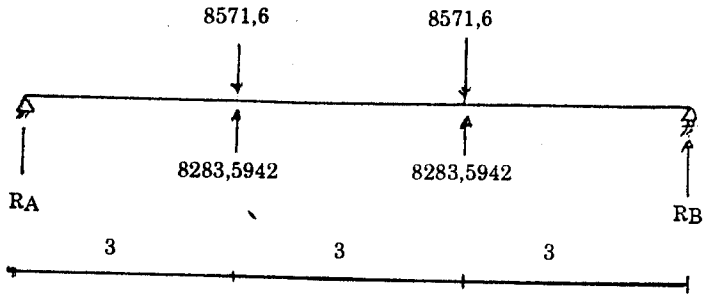
Beban terpusat pada balok induk akibat beban balok silang

- berat lantai = 1,5 x 1,5 x 850 = 1912,5 kg
- berat balok silang (25/50)

= 0,25 x 0,38 x 2400 x (1,5 - 0,175) = 302,1 kg

PB = 2214,6 kg

$P_4 = P_4' + P_B = 6356,3971$ kg



$P_3' = R_A = R_B = 288,0058$ kg

Beban terpusat pada balok induk akibat beban balok silang

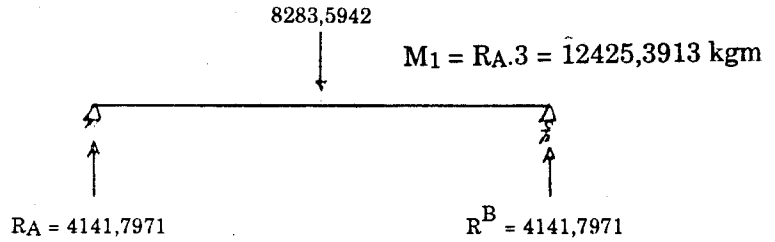
- berat lantai = 1,5 x 1,5 x 850 = 1912,5 kg
- berat balok silang (20/30)

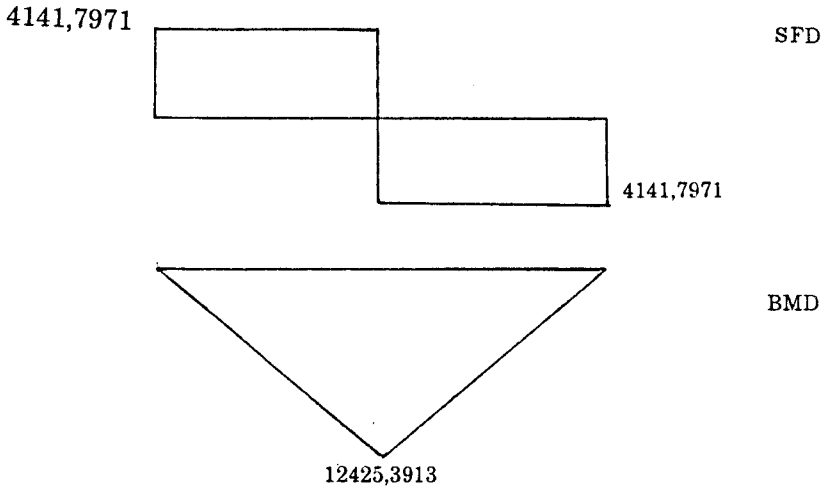
= 0,2 x 0,18 x 2400 x (1,5 - 0,175) = 144,48 kg

PA = 2026,98 kg +

$P_3 = P_3' + P_A = 2314,9858$ kg

Balok bawah

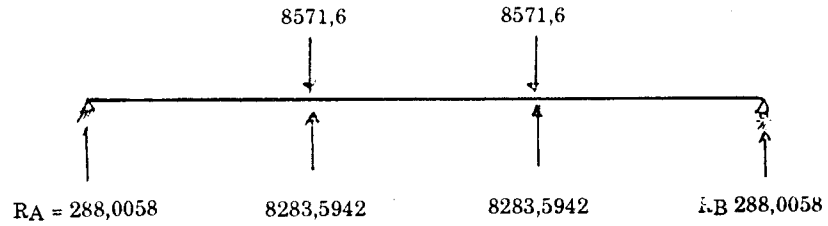


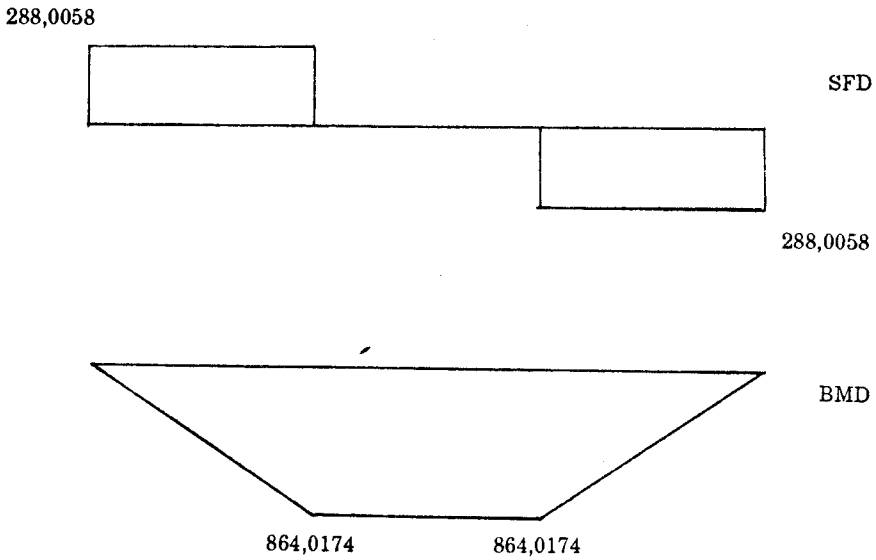


Balok atas

M1 = RA.3 = 864,0174 kgm

M2 = RB.3 = 864,0174 kgm





Contoh aplikasi:

I. DATA PERENCANAAN

I.1 Dasar Hitungan

a. Peraturan Pembebanan Indonesia untuk Rumah dan Gedung 1983

b. Peraturan Beton Bertulang Indonesia 1971 (PBI 71)

c. Pedoman Beton 1989 (SNI - Beton 1990).

I.2 Data Bahan

a. Mutu beton K250

b. Mutu baja U39

I.3 Pembebanan

a. Beban hidup lantai = 250 kg/m^2

b. Beban mati = berat sendiri struktur

II. ANALISIS PEMBEBANAN

II.1 Beban Pelat Lantai

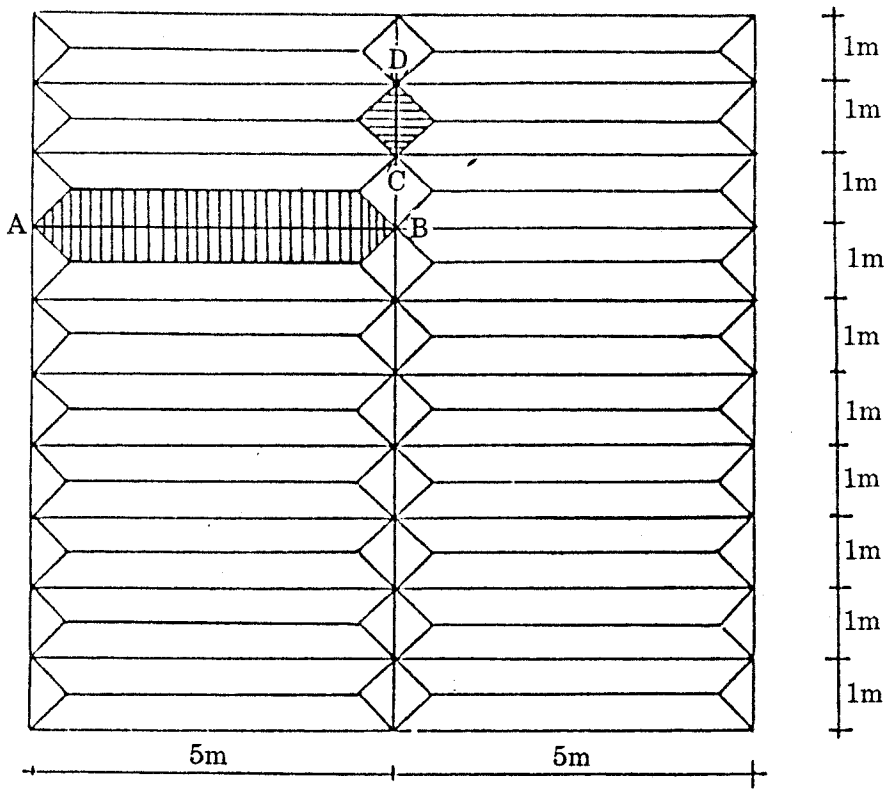
a. Beban mati

berat pelat lantai tebal 12 cm			
= 0,12.2400	=	288	kg/m^2
berat adukan semen tebal (2 cm)			
= 2.21	=	42	kg/m^2
berat tegel tebal (3 cm)			
= 3.24	=	72	kg/m^2
berat langit-langit	=	11	kg/m^2
berat penggantung langit-langit	=	7	kg/m^2
berat "ducting AC"	=	20	kg/m^2
qd	=	440	kg/m^2

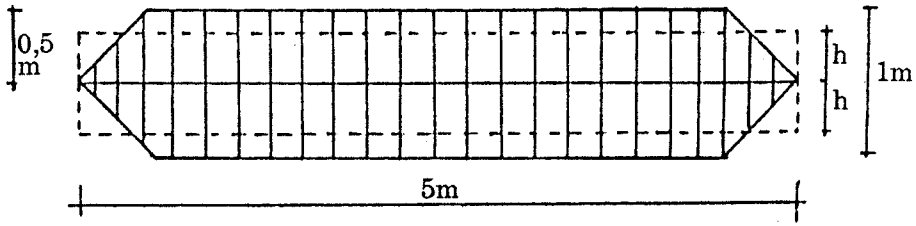
b. Beban hidup = 250 kg/m2 (=ql)

c. Beban mati + beban hidup = 440 + 250 = 690 kg/m^2 (q_{total})

II.2 Distribusi Beban



1) Beban balok A-B



$h = 0,5 - 4/3 \cdot \frac{0,5^3}{5^2} = 0,49$ m

Beban merata (trapesium)

= $(q_{total.h}).2$

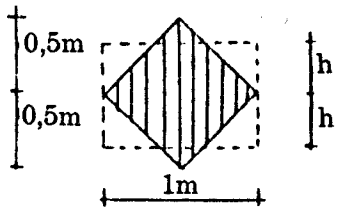
= (690.0,49).2 = 676,2 kg/m'

Berat sendiri balok 25/45

= 0,25.(0,45 - 0,12).2400 = 198 kg/m'

q_1 = 874,2 kg/m' +

2) Balok C - D



h = 2/3. 0,5 = 0,33 m

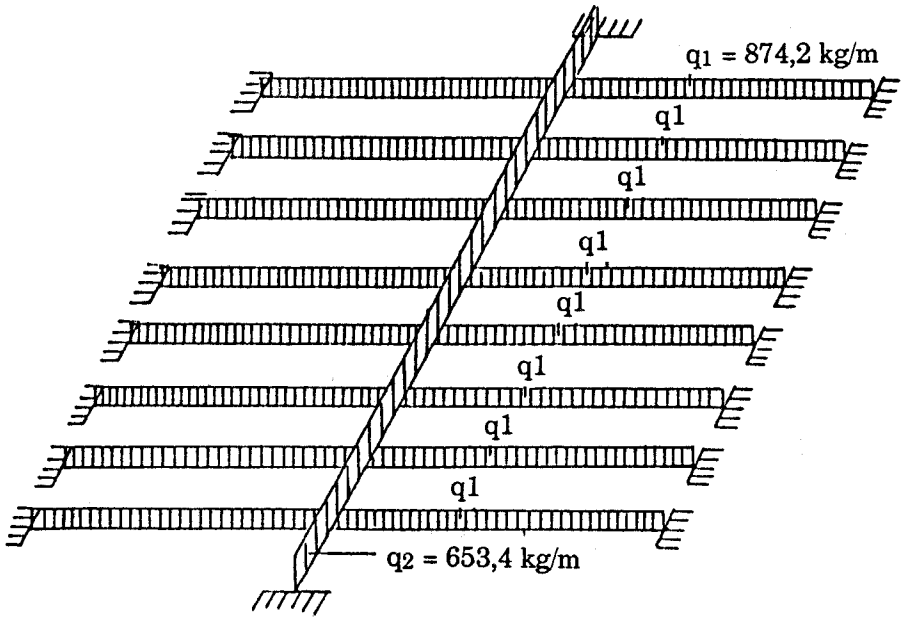
Beban merata (segitiga)

= $(q_{total.h}).2$

= (690. 0,33).2 = 676,2 kg/m'

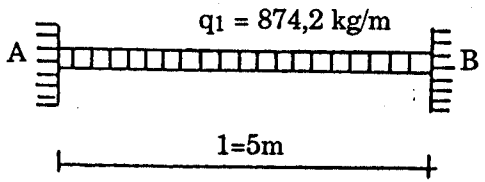
Berat sendiri balok (25/45) = 198 kg/m'

q_1 = 874,2 kg/m' +



3) Gaya jepit ujung akibat beban

a) Balok A-B



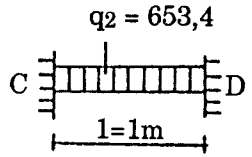
$M_A = \frac{1}{12} . q . 1^2 = 1821{,}25 \text{ kg m} = 182125 \text{ kg cm}$

$M_B = -1/12.q.1^2 = -182125 \text{ kg cm}$

$R_A = 1/2.q.1 = 2185{,}5 \text{ kg}$

$R_B = 2185{,}5 \text{ kg}$

b) Balok C-D



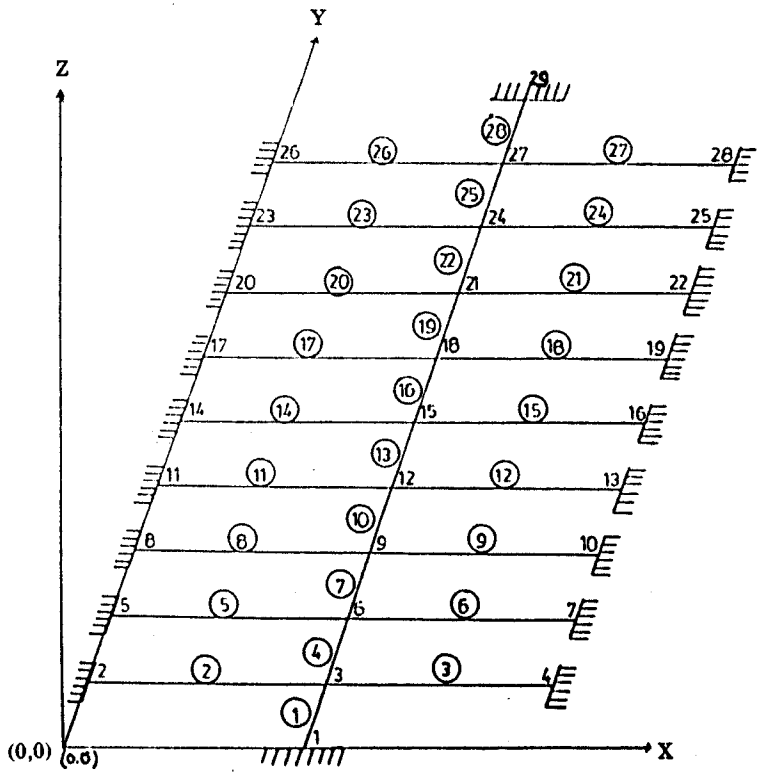
$M_C = 1/12 . q. 1^2 = 54{,}45 \text{ kg m} = 5445 \text{ kg cm}$

$M_D = -5445 \text{ kg cm}$

$R_C = 1/2.q.1 = 326{,}7 \text{ kg}$

$R_D = 326{,}7 \text{ kg}$

III. PENYIAPAN DATA UNTUK BALOK "GRID"



Jumlah Sistem Pembebanan = 1
Jumlah Batang (M) = 28
Jumlah Titik Kumpul (NJ) = 29
Jumlah Pengekangan (NR) = 60
Jumlah Titik Kumpul yang dikekang (NRJ) = 20
Modulus Elastis (E) = 2100000 kg/cm2
Modulus Geser (G) = 800000 kg/cm2

Tabel: Koordinat Titik Kumpul

Titik Kumpul	Koordinat	
	x	y
1	500	0
2	0	100
3	500	100
4	1000	100
5	0	200
6	500	200
7	1000	200
8	0	300
9	500	300
10	1000	300
11	0	400
12	500	400
13	1000	400
14	0	500
15	500	500
16	1000	500
17	0	600
18	500	600
19	1000	600
20	0	700
21	500	700
22	1000	700

23	0	800
24	500	800
25	1000	800
26	0	900
27	500	900
28	1000	900
29	500	1000

Informasi Batang

Batang	J - K	XI (cm^4)	YI (cm^4)
1	1 - 3	152994,94	189843,75
2	2 - 3	152994,94	189843,75
3	3 - 4	152994,94	189843,75
4	3 - 6	152994,94	189843,75
5	5 - 6	152994,94	189843,75
6	6 - 7	152994,94	189843,75
7	6 - 9	152994,94	189843,75
8	8 - 9	152994,94	189843,75
9	9 - 10	152994,94	189843,75
10	9 - 12	152994,94	189843,75
11	11 - 12	152994,94	189843,75
12	12 - 13	152994,94	189843,75
13	12 - 15	152994,94	189843,75
14	14 - 15	152994,94	189843,75
15	15 - 16	152994,94	189843,75
16	15 - 18	152994,94	189843,75
17	17 - 18	152994,94	189843,75
19	18 - 21	152994,94	189843,75
20	20 - 21	152994,94	189843,75
21	21 - 22	152994,94	189843,75
22	21 - 24	152994,94	189843,75
23	23 - 24	152994,94	189843,75
24	24 - 25	152994,94	189843,75
25	24 - 27	152994,94	189843,75

26	26 - 27	152994,94	189843,75
27	27 - 28	152994,94	189843,75
28	27 - 29	152994,94	189843,75

Pengekang Titik Kumpul

Titik	JR_1	JR_2	JR_3
1	1	1	1
2	1	1	1
4	1	1	1
5	1	1	1
7	1	1	1
8	1	1	1
10	1	1	1
11	1	1	1
13	1	1	1
14	1	1	1
16	1	1	1
17	1	1	1
19	1	1	1
20	1	1	1
22	1	1	1
23	1	1	1
25	1	1	1
26	1	1	1
28	1	1	1
29	1	1	1

Jumlah Titik Kumpul yang Dibebani (NLJ) = 0

Jumlah Batang yang Dibebani (NLM) = 28

Gaya di ujung Batang Terkekang Akibat Beban

Batang	AML_1	AML2	AML_3	AML_4	AML_5	AML_6
1	0	5445	326,7	0	- 5445	326,7
2	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
3	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
4	0	5445	326,7	0	- 5445	326,7
5	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
6	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
7	0	5445	326,7	0	- 5445	326,7
8	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
9	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
10	0	5445	326,7	0	- 5445	326,7
11	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
12	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
13	0	5445	326,7	0	- 5445	326,7
14	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
15	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
16	0	5445	326,7	0	- 5445	326,7
17	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
18	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
19	0	5445	326,7	0	- 5445	326,7
20	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
21	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
22	0	5445	326,7	0	- 5445	326,7
23	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
24	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
25	0	5445	326,7	0	- 5445	326,7
26	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
27	0	182125	2185,5	0	- 182125	2185,5
28	0	5445	326,7	0	- 5445	326,7

Hasil hitungan komputer

GAYA PADA UJUNG-UJUNG BATANG

BTG	AM1	AM2	AM3	AM4	AM5	AM6
1	0	-1143521	9496.321	0	226558.8	-8842.921
2	42397.05	80927.57	2590.29	-42397.05	-283322.5	1780.71
3	-42397.05	283322.5	1780.71	42397.05	-80927.57	2590.29
4	0	-311353	5281.49	0	-184126	-4628.089
5	46637.37	-102985.4	3325.942	-46637.37	-467235.4	1045.058
6	-46637.37	467235.4	1045.058	46637.37	102985.4	3325.942
7	0	90851	2537.974	0	-311979	-1884.574
8	34604.44	-266182	3978.728	-34604.44	-630432	392.2719
9	-34604.44	630432	392.2719	34604.44	266182	3978.728
10	0	242769.5	1100.02	0	-320102	-446.6203
11	17658.1	-369867.4	4393.47	-17658.1	-734117.4	-22.46973
12	-17658.1	734117.4	-22.46973	17658.1	369867.4	4393.47
13	0	284784.5	491.5711	0	-301271.6	161.8289
14	-3.419704E-02	-404707	4532.828	3.419704E-02	-768957	-161.8281
15	3.419704E-02	768957	-161.8281	-3.419704E-02	404707	4532.828
16	0	301271.4	161.8426	0	-284785.5	491.5575
17	-17658.19	-369867.1	4393.469	17658.19	-734117.1	-22.46851
18	17658.19	734117.1	-22.46851	-17658.19	369867.1	4393.469
19	0	320100.5	-446.6164	0	-242768.8	1100.016
20	-34604.46	-266181.5	3978.726	34604.46	-630431.5	392.2737
21	34604.46	630431.5	392.2737	-34604.46	266181.5	3978.726
22	0	311977	-1884.558	0	-90850.75	2537.958
23	-46637.32	-102985	3325.941	46637.32	-467235.1	1045.06
24	46637.32	467235.1	1045.06	-46637.32	102985	3325.941
25	0	184125.5	-4628.081	0	311353	5281.428
26	-42396.99	80927.71	2590.289	42396,99	-283322.3	1780.711
27	42346.99	283322.3	1780.711	-42396.99	-80927.71	2590.289
28	0	-226559	-8842.901	0	1143519	9496.302

IV MOMEN RENCANA

Untuk mendapatkan momen rencana dipilih momen yang terbesar yang diperoleh dari hasil hitungan komputer, sedangkan untuk perencanaan menggunakan Pedoman Beton'89. Dapatkan momen rencana dengan jalan perbandingan yang dilakukan terhadap beban mati dan beban hidup.

M = beban mati = 440 kg/m2 (D)

H = beban hidup = 250 kg/m2 (L)

U = kuat perlu

Momen maksimum balok "Grid" pada balok/batang no. 1 sebesar 1143521 kg cm = 11,4352 ton meter.

Perbandingan momen

$$M_{(PBI\ 71)} = M_{bm} + M_{bh} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\frac{M_{bm}}{M_{bh}} = \frac{D}{L} = \frac{440}{250}$$

$$M_{bm} = \frac{440}{250} \cdot M_{bh}$$

$$M_{bm} = 1{,}76\ M_{bh} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

(1) dan (2)

$$M_{(PBI\ 71)} = 1{,}76\ M_{bh} + M_{bh}$$

$$11{,}4352 = 2{,}76\ M_{bh}$$

$$M_{bh} = \frac{11{,}4352}{2{,}76} = 4{,}1432 \text{ tm}$$

$$M_{bm} = 1{,}76.\ M_{bh} = 7{,}2920 \text{ tm}$$

Momen Rencana pada beban tetap

Menurut PBI 1971

$$M_u = 1{,}5\ (7{,}2920 + 4{,}1432)$$

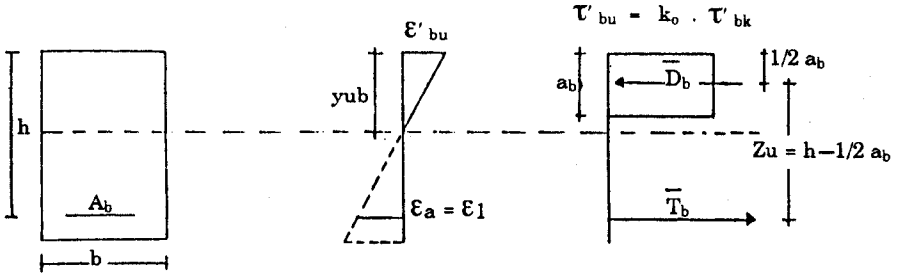
$$= 17{,}1528 \text{ tm}$$

Menurut Pedoman Beton'89

$$Mu = 1{,}2 \,.\, 7{,}2920 + 1{,}6 \,.\, 4{,}1432$$
$$= 15{,}3795 \text{ tm}$$

V. PERENCANAAN CARA ULTIMIT DENGAN PBI 1971

Tampang seimbang ultimit ("balanced beam")



Yub dapat diperoleh dari perbandingan regangan-tegangan

$$\frac{\varepsilon'_{bu}}{\varepsilon_1} = \frac{3{,}5 \,.\, 10^{-3}}{\frac{\tau_{au}^*}{E_a}} = \frac{Yub}{(h - yub)}$$

$$= 3{,}5 \,.\, 10^{-3} \,.\, (h - yub) = Yub \,.\, \frac{\tau_{au}^*}{E_a}$$

$$Yub = \frac{3{,}5 \,.\, 10^{-3} \,.}{3{,}5 \,.\, 10^{-3} + \frac{\tau_{au}^*}{E_a}} \,.\, h = \frac{7{,}35}{7{,}35 + \tau_{au}^* \,.\, 10^{-3}} .h$$

$$ab = \alpha \,.\, yub$$

$$= 0{,}8 \,.\, \frac{7{,}35}{7{,}35 + \tau_{au}^* \,.\, 10^{-3}} \,.\, h$$

$$\overline{D_{bb}} = Ko \,.\, \tau'_{bk} \,.\, a_b \,.\, b$$
$$= ko \,.\, \tau'_{bk} \,.\, 0{,}8 \,.\, \frac{7{,}35}{7{,}35 + \tau_{au}^* \,.\, 10^{-3}} \,.\, b \,.\, h$$

$$T_{ab} = Ab \,.\, \tau_{au}^* = w_b \,.\, b \,.\, h \,.\, \tau_{au}^*$$

$$\overline{D_{bb}} = T_{ab}$$

$$\omega_b = ko \,.\, 0{,}8 \,.\, \frac{7{,}35}{7{,}35 + \tau_{au}^* \,.\, 10^{-3}} \,.\, \frac{\tau_{bk}'}{\tau'^*_{au}}$$

$$\overline{M_b} = T_{ab} \,.\, Z_u = D_{bb} \,.\, Z_u$$
$$= D_{bb} \,.\, (h - \frac{ab}{2})$$
$$= D_{bb} \,.\, h \,(1 - \tfrac{1}{2} \,.\, 0{,}8 \,.\, \frac{7{,}35}{7{,}35 + \tau_{au}^* \,.\, 10^{-3}})$$

$$M_b = ko \,.\, 0{,}8 \,.\, \frac{7{,}35}{7{,}35 + \tau_{au}^* \,.\, 10^{-3}} \,.\, \tau_{bk}' \,.\, b \,.\, h \,.\, h \,.$$

$$(1 - \tfrac{1}{2} \,.\, 0{,}8 \,.\, \frac{7{,}35}{7{,}35 + \tau_{au}^* \,.\, 10^{-3}})$$

$$= \overline{R_b} \,.\, bh^2$$

dengan $\overline{R_b} = ko \,.\, 0{,}8 \,.\, \frac{7{,}35}{7{,}35 + \tau_{au}^* \,.\, 10^{-3}} \,.\, \tau_{bk}' \,.$

$$(1 - \tfrac{1}{2} \,.\, 0{,}8 \,.\, \frac{7{,}35}{7{,}35 + \tau_{au}^* \,.\, 10^{-3}})$$

Nilai-nilai ω_b dan $\overline{R_b}$

Nilai ω untuk penggunaan dibatasi sampai:

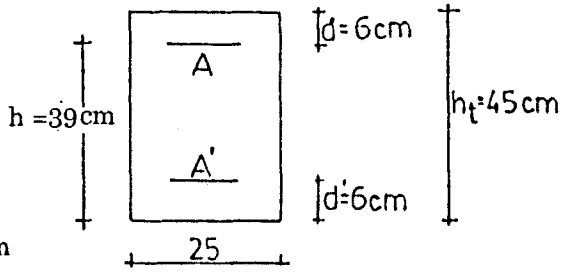
1. 0,75 ω_b pada balok sistem dukungan beban tetap
2. 0,5 ω_b pada balok sistem dukungan beban sementara, pada $\omega = 0{,}75\ \omega b$ diperoleh : $\overline{T} = 0{,}75$ Tab, $\overline{D} = 0{,}75$ Dab, $a = 0{,}75$ ab dan $yu = 0{,}75$ yub
3. $\omega \leq 0{,}13 \,.\, \frac{\tau_{bk}'}{\tau_{au}^*}$, jika hendak dihindari lendutan besar

Perencanaan Penulangan Dengan PBI 1971

Apabila penulangan balok direncanakan untuk menghindari lendutan yang besar maka:

ω harus $\leq 0{,}13 \cdot \frac{\tau_{bk'}}{\tau_{au}{}^*}$

dari daftar didapat:



ω = 0,959 %

a = 0,26 h = 0,26.39

= 10,14 cm

R = 28,275

M_u = Mtot = 17,1528 tm

$A_1 = \frac{0{,}959}{100} \cdot 25 \cdot 39 = 9{,}3503 \text{ cm}^2$

$M_1 = R \cdot b \cdot h^2 = 28{,}275 \cdot 25 \cdot 39^2 = 10{,}75157 \text{ tm}$

$M_2 = M_{tot} - M_1 = 17{,}1528 - 10{,}75157 = 6{,}40123 \text{ tm}$

$T_2 = D_2 = \frac{M_2}{h - d'} = \frac{640123}{(39 - 6)} = 19397{,}6667 \text{ kg}$

$A_2 = \frac{T_2}{\tau_{au}{}^*} = \frac{19397{,}6667}{3390} = 5{,}7220 \text{ cm}^2$

$A = A_1 + A_2 = 9{,}3503 + 5{,}7220 = 15{,}0723 \text{ cm}^2$

$A' = A_2 = 5{,}7220 \text{ cm}^3$

atau

$A' = \frac{D_2}{\tau_{au}{}^* - 0{,}5\ \tau_{bk'}} = \frac{19397{,}6667}{3390 - 0{,}5.250} = 5{,}9411 \text{ cm2}$

Apabila beton yang ditempati baja desak diperhitungkan

Diperiksa regangan baja desak:

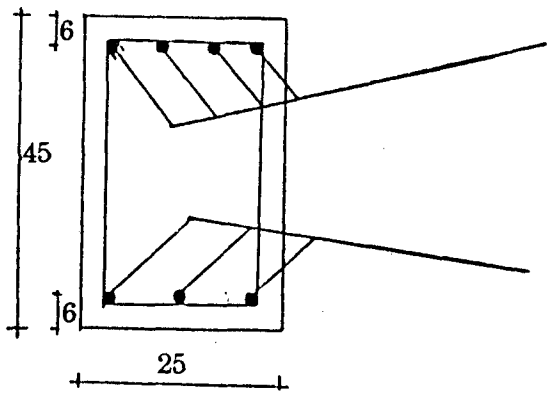
$yu = \frac{a}{0{,}8} = \frac{10{,}14}{0{,}8} = 12{,}6750$

$\varepsilon a' = \frac{yu - d}{yu} \cdot \varepsilon_{bu'}$

$= \frac{12{,}675 - 6}{12{,}6750} \cdot 3{,}5 \cdot 10^{-3} = 1{,}8432$

$> \varepsilon_1 = \frac{\tau_{au}{}^*}{Ea} = \frac{3390}{2{,}1.10^6} = 1{,}6143.\ 10^{-3}$

Jadi tulangan baja desak sudah luluh



A perlu = 15,0723 cm^2

digunakan 4 ϕ 22

= 15,205 cm^2

A' perlu = 5,9411 cm^2

digunakan 3 ϕ 16

= 6,032 cm^2

Chek:

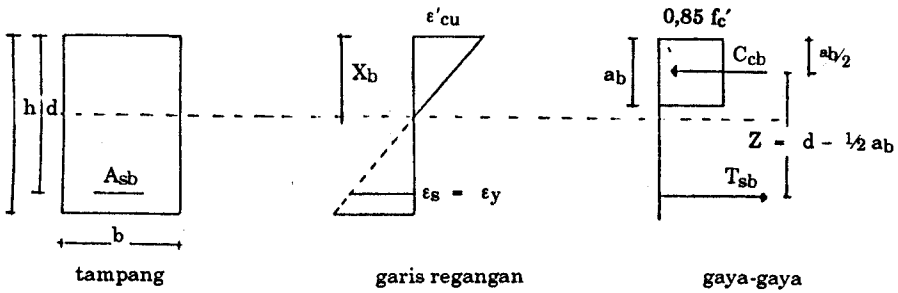
$W - W' \leq 0{,}7\ W_b$

$\frac{15{,}205}{25 \cdot 39} - \frac{6{,}032}{25 \cdot 39} = 0{,}9408\ \% < 1{,}514\ \%$ (dari daftar).

OK !

VI PERENCANAAN CARA ULTIMIT DENGAN PEDOMAN BENTUK 1989

Tampang seimbang Ultimit



Keterangan:

$\varepsilon'cu = 3{,}0 \cdot 10^{-3}$

$Es = 2 \cdot 10^5$ MPa

X_b dapat diperoleh dari perbandingan regangan.

$$\frac{\varepsilon'cu}{\varepsilon s} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{\frac{fy}{Es}} = \frac{X_b}{d - X_b}$$

$$X_b = \frac{\varepsilon' cu}{\varepsilon' cu + \varepsilon s} \cdot d = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3} + \frac{fy}{Es}} \cdot d = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3} + \frac{fy}{2 \cdot 10^5}} \cdot d$$

$$= \frac{600}{600 + fy} \cdot d$$

$$a_b = B_1 \cdot X_b$$

Syarat:

Untuk kuat tekan beton $fc' \leq 30$ MPa, $B_1 = 0{,}85$

Untuk kuat tekan beton $fc' > 30$ MPa, B_1 harus direduksi secara menerus sebesar 0,008 untuk setiap kelebihan 1 MPa di atas 30 MPa, tetapi B_1 tidak boleh diambil kurang dari 0,65.

$$C_{cb} = 0{,}85 \cdot fc' \cdot B_1 \cdot \frac{600}{600 + fy} \cdot d \cdot b$$

$$T_{sb} = A_{sb} \cdot fy = \rho_b \cdot b \cdot d \cdot fy \quad \text{dengan } \rho = \frac{As}{b \cdot d}$$

$$\rho_b = \frac{0{,}85 \cdot fc' \cdot B_1 \left(\frac{600}{600 + fy}\right)}{fy}$$

$$M_b = C_{cb} \cdot Z = C_{cb} \cdot \left(d - \frac{a_b}{2}\right)$$

$$= C_{cb} \cdot \left(d - \frac{B_1 \cdot x_b}{2}\right)$$

$$= 0{,}85 \cdot fc' \cdot B_1 \cdot \frac{600}{600 + fy} \cdot b \cdot d \cdot \left[d - \frac{1}{2} \cdot \frac{600}{600 + fy} \cdot d \cdot B_1\right]$$

$$= 0{,}85 \cdot fc' \cdot B_1 \cdot \frac{600}{600 + fy} \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{600}{600 + fy} \cdot B_1\right] \cdot b \cdot d^2$$

$$= R_b \cdot b \cdot d^2$$

dengan $R_b = 0{,}85 \cdot fc' \cdot \frac{600}{600 + fy} \cdot B_1$

$$\left[1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{600}{600 + fy} \cdot B_1 \right]$$

Nilai-nilai ρ_b dan R_b

Syarat-syarat dalam penggunaan dibatasi dalam perencanaan :

M disain $\leq \phi$ $M_{nominal}$

dimana ϕ untuk lentur = 0,8

$\rho_{maks} \leq 0{,}75\ \rho b$

$a_{maks} \leq 0{,}75\ ab$

$\rho \leq 0{,}18 \cdot \frac{fc'}{fy}$, jika hendak dihindari lendutan besar.

Perencanaan Penulangan Dengan Pedoman Beton 1989

Penulangan direncanakan untuk menghindari lendutan yang besar maka:

$$\rho_{harus} \leq 0{,}18 \cdot \frac{fc'}{fy}$$

$M_u = 15{,}3795$ tm

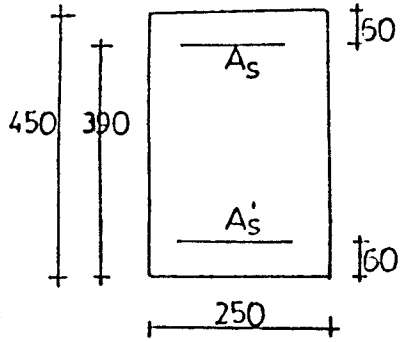
$= 15{,}3795 \cdot 10^7$ Nmm

$M_u = \phi\ Mn$; $\phi = 0{,}8$ (lentur)

$M_n = \frac{M_u}{\phi}$

$M_n = \frac{15{,}3795 \cdot 10^7}{0{,}8}$

$= 19{,}2244 \cdot 10^7$ Nmm



b = 250 mm

d = 390 mm $\quad E_s = 2 \cdot 10^5$ MPa

d' = 60 mm $\quad \varepsilon' cu = 0{,}003$

h = 450 mm $\quad \varepsilon_y = \frac{fy}{Es} = \frac{339}{2.10^5} = 1{,}695 \cdot 10^{-3}$

fc' = 25 MPa $\quad \phi = 0{,}8$ (untuk lentur)

fy = 339 MPa

Untuk $\rho = 0{,}18 \cdot \frac{fc'}{fy}$

dari daftar didapat

$\rho = 1{,}3274\%$

$a = 0{,}2118\ d = 0{,}2118 \cdot 390 = 82{,}6020$ mm

$R = 4{,}0235$

$As_1 = \frac{1{,}3274}{100} \cdot 250 \cdot 390 = 1294{,}2150\ mm^2 = 12{,}9422\ cm^2$

$M_1 = R \cdot b \cdot d^2 = 4{,}0235 \cdot 250 \cdot 390^2 = 152993587{,}50$ Nmm

$= 15{,}2994 \cdot 10^7$ Nmm

$M_2 = M_n - M_1 = (19{,}2244 - 15{,}2994) \cdot 10^7 = 3{,}9250 \cdot 10^7$ Nmm

$Ts_2 = Cs_2 = \frac{M_2}{d - d'} = \frac{3{,}9250 \cdot 10^7}{(390 - 60)} = 118939{,}3939$ N

$As_2 = \frac{T\,s^2}{fy} = \frac{118939{,}3939}{339} = 350{,}8537\ mm^2 = 3{,}5085\ cm^2$

$As' = As_1 + As_2$

$= 1294{,}2150 + 350{,}8537$

$= 1645{,}0687$ mm2

$= 16{,}4507$ cm2

$As' = As_2 = 350{,}8537\ mm^2 = 3{,}5085\ cm^2$

atau

$As' = \frac{T_{s2}}{fy - 0{,}85\ fc'} = \frac{118939{,}3939}{(339 - 0{,}85.25)}$

$= 374{,}3175\ mm^2 = 3{,}7432\ cm^2$

Apabila beton yang ditempati baja desak diperhitungkan.

Diperiksa regangan baja desak:

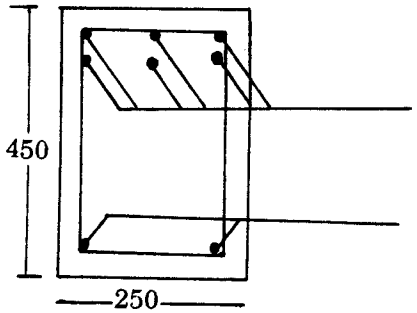
$$X = \frac{a}{0,85} = \frac{82,6020}{0,85} = 97,1788 \text{ mm}$$

$$\varepsilon a' = \frac{X - d'}{X} \cdot \varepsilon' cu$$

$$= \frac{97,1788 - 60}{97,1788} \cdot 0,003 = 1,1477.10^{-3} < f_y = 1,695.10^{-3}$$

Jadi tulangan baja desak belum luluh

Chek $\rho - \rho' \leq 0,75\ \rho$



$A_{sperlu} = 16,4507 \text{ cm}^2$

digunakan 6 ϕ 19 = 17,01 cm^2

A_s' perlu = 3,7432 cm^2

digunakan 2 ϕ 16 = 4,021 cm^2

$\rho - \rho' \leq 0,75\ \rho_b$

$$\frac{1701}{250 \cdot 390} - \frac{402}{250 \cdot 390} = 1,33\% \leq 2,55\ \% \text{ (dari daftar)}$$

Lampiran

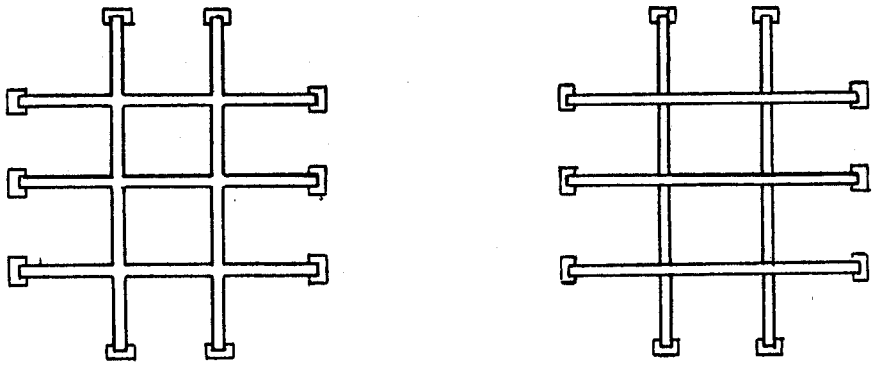
ANALISIS BALOK KISI DENGAN METODE KEKAKUAN LANGSUNG

1. PENDAHULUAN

Ada dua macam kisi bidang (*plane grid*) yang biasa dipakai pada struktur model yang nyata. Kasus yang pertama, sepasang balok menumpu pada sepasang balok yang lain, seperti terlihat pada gambar 1a. Kedua pasang balok itu terletak pada dua bidang horizontal yang berbeda elevasinya dan beban-bebanya terletak pada arah vertikal. Satu ruas sesuatu balok dapat diperlakukan sebagai elemen balok yang diberikan lentur dengan geser saja, baik dengan gaya aksial maupun torsi. Kasus yang kedua, kedua pasang balok dalam gambar 1b adalah pada ketinggian yang sama, mempunyai titik buhul yang monolit seperti pada beton bertulang atau titik buhul las pada struktur baja. Apabila satu ruas sesuatu balok diberikan lentur dengan geser, maka fungsinya dapat dianggap seperti torsi. Pada persyaratan teknis, titik-titik buhul adalah kaku dan semua elemen dikombinasikan dengan balok dan elemen-elemen torsi. Metode analisis yang dipresentasikan akan memberikan kedua macam bidang kisi, karena kekurangan program komputer yang lebih sederhana, kekakuan torsi (puntiran) dapat ditetapkan nilai nol untuk kisi-kisi bidang tanpa torsi.

Satu contoh yang umum pada kisi-kisi bidang tanpa torsi adalah fondasi kisi telapak (*grillage footing*), dengan beban kolom yang

berat didistribusikan oleh dua pasang balok baja bentuk-I, misalnya 10 telapak hamparan persegi seperti pada gambar 1a. Sistem balok-balok lantai beton bertulang mendukung lantai yang bergerak dapat dimodelkan oleh sebuah kisi bidang dengan torsi seperti pada gambar 1b. *Mat foundation* didukung pada tanah elastik dapat dimodelkan sebagai sistem kisi bidang dengan torsi, yang ditentukan bahwa beberapa asumsi dibuat untuk mensubstitusikan elasticmat oleh elemen-elemen balok dengan torsi dan masing-masing mempunyai titik nodal yang didukung oleh sebuah elemen rangka vertikal, disebut sebagai dukungan elastis.



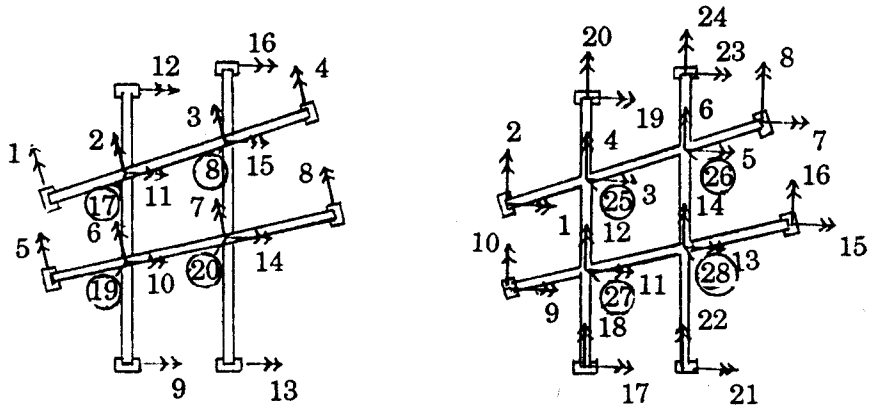
(a) Dengan torsi *(b) Tanpa torsi*

Gambar 1: *Dua macam kisi-kisi bidang*

2. DERAJAT KEBEBASAN

Meskipun derajat kebebasan dapat ditentukan sembarang tempat pada kisi bidang, pada umumnya derajat kebebasan itu diberikan hanya pada tumpuan dan pada titik perpotongan elemen dengan arah yang berbeda. Elemen-elemen tanpa torsi adalah elemen balok murni, karena itu vektor dengan arah putaran searah jarum jam, untuk derajat kebebasan pada rotasi mesti diambil pada arah-arah tegak lurus arah elemen, seperti terlihat pada gambar 2a. Apabila semua tumpuan balok adalah tumpuan sederhana pada struktur dalam gambar 2a, derajat kebebasan itu adalah 16 pada rotasi dan 4 pada translasi vertikal, dengan arah ke bawah diambil positif. Akan tetapi untuk kisi bidang dengan torsi, vektor-vektor dengan arah putaran searah

jarum jam, untuk derajat kebebasan pada rotasi mesti diambil selalu dalam arah ke timur dan ke utara. Oleh karena itu kisi bidang dengan torsi mempunyai delapan tumpuan sederhana, seperti terlihat pada gambar 2b, derajat kebebasan itu adalah 24 pada rotasi dan 4 pada translasi vertikal

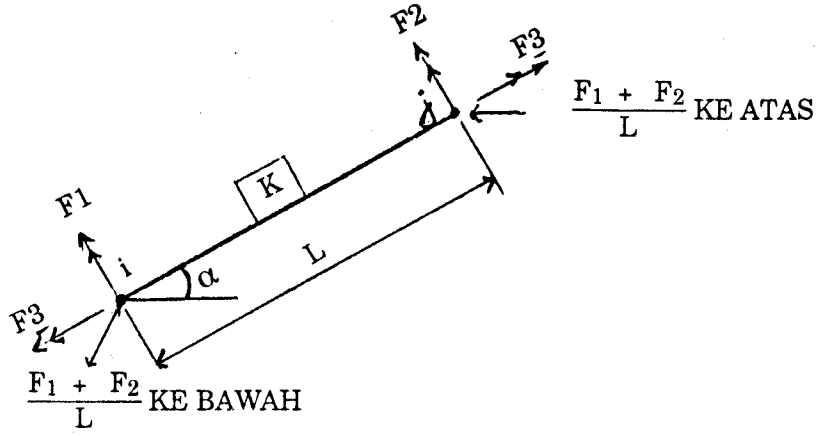


(a) Tanpa torsi (b) dengan Torsi

Gambar 2: *Derajat kebebasan pada sistem kisi bidang*

3. GAYA-GAYA ELEMEN

Diagram gaya pada elemen balok dengan torsi seperti gambar 3. Satu batang mempunyai titik-titik nodal awal i dan akhir j, arah positif untuk vektor-vektor searah jarum jam pada momen-momen lentur F_1 dan F_2 terhadap sebelah kiri batang, dan arah positif untuk vektor searah jarum jam pada momen torsi F_3 dan F_3 adalah seperti tarikan, yaitu vektor-vektor yang saling menjauhi. Keseimbangan memerlukan reaksi vertikal yaitu $(F_1 + F_2)/L$ ke atas pada titik nodal j, dan nilai yang sama ke bawah pada titik nodal awal i. Tentu saja untuk satu elemen tanpa torsi, sepasang momen torsi tidak ada.



Gambar 3: *Diagram gaya elemen balok dengan torsi*

4. MATRIKS KEKAKUAN LOKAL

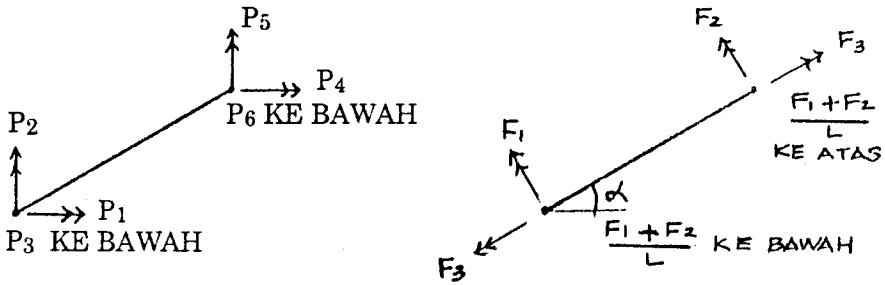
Matriks kekakuan global pada sistem kisi bidang dengan torsi ditentukan dengan memberikan ke dalamnya kontribusi masing-masing elemen balok dengan torsi dan tumpuan elastik. Dalam sub bab ini matriks kekakuan lokal elemen balok dengan torsi akan dijelaskan. Meskipun ini merupakan pengalaman baik untuk memperoleh masing-masing kolom matriks kekakuan lokal secara langsung dengan menghitung melalui cara yang cocok, diagram gaya, dan gaya-gaya nodal, nampaknya cukup pada kesempatan ini hanya untuk memperoleh matriks kekakuan lokal [K]lokal dengan rumus :

$$[K]_{lokal} = [EA]\,[ES]\,[EB] \qquad (4.1)$$

dengan [EA] : matriks statik elemen,
[ES] : matriks kekakuan elemen, dan
[EB] : matriks deformasi elemen.

4.1. Matriks statik elemen

Derajat kebebasan lokal ditentukan dengan nomor urut 1,2, dan 3 pada titik awal dan nomor urut 4,5, dan 6 pada titik akhir, seperti terlihat pada gambar 4.1a. Gaya-gaya elemen dijelaskan dalam gambar 3 diuraikan kembali seperti pada gambar 4.1b. Gaya- gaya P seperti terlihat pada gambar 4.1a. bekerja pada



(a) Nomor-nomor P-X lokal *(b) Gaya-gaya elemen*

Gambar 4.1 *Matriks statik elemen*

titik buhul, tetapi kebalikan gaya-gaya F seperti terdapat pada gambar 4.1b bekerja pada titik buhul. Untuk keseimbangan hanya diperlukan untuk menyamakan komponen efektif gaya-gaya F dalam gambar 4.1b pada arah-arah gaya P dalam gambar 4.1a, karena itu

$$\begin{aligned}
P1 &= -F_1 \sin\alpha - F_3 \cos\alpha \\
P2 &= +F_1 \cos\alpha - F_3 \sin\alpha \\
P3 &= +\frac{F_1 + F_2}{L} \\
P4 &= -F_2 \sin\alpha + F_3 \cos\alpha \\
P5 &= +F_2 \cos\alpha + F_3 \sin\alpha \\
P6 &= -\frac{F_1 + F_2}{L}
\end{aligned} \qquad (4.2)$$

Matriks statik elemen [EA] diperoleh dengan menempatkan persamaan (4.2) dalam bentuk matriks atau

$$[EA] = \left[\begin{array}{c|c|c} -\sin\alpha & 0 & -\cos\alpha \\ +\cos\alpha & 0 & -\sin\alpha \\ +1/L & +1/L & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & +\cos\alpha \\ 0 & +\cos\alpha & +\sin\alpha \\ -1/L & -1/L & 0 \end{array}\right] \qquad (4.3)$$

4.2. Matriks deformasi elemen

Merujuk gambar 4.2, misal θ_{bi} dan θ_{bj} sebagai sudut yang searah jarum jam pada titik i dan j diukur dari posisi elemen awal ke tangen pada kurva elastik dalam bidang vertikal, dan θ_{ti} dan θ_{tj} sebagai ro-tasi seperti tarikan pada tampang lintang kira-kira pada sumbu panjang elemen itu, kemudian

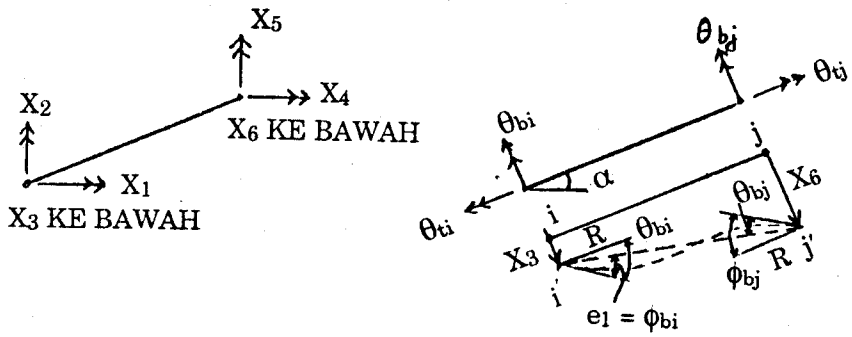
$$\begin{aligned} \theta_{bi} &= -X_1 \sin\alpha + X_2 \cos\alpha \\ \theta_{ti} &= -X_1 \cos\alpha - X_2 \sin\alpha \\ \theta_{bj} &= -X_4 \sin\alpha + X_5 \cos\alpha \\ \theta_{tj} &= +X_4 \sin\alpha + X_5 \sin\alpha \end{aligned} \qquad (4.4)$$

Deformasi-deformasi lentur e_1 dan e_2 terlihat pada gambar 4.2 adalah sudut-sudut searah jarum jam pada titik i dan j yang di ukur dari sumbu elemen terdefleksi ke kurva elastik, oleh karena itu

$$e_1 = \theta_{bi} - R,\ \theta_z = e_{bj} - R,\ R = \frac{X_6 - X_3}{L} \qquad (4.5)$$

Dengan mensubstitusikan nilai-nilai θ_{bi} dan θ_{bj} pada persamaan (4.4) ke dalam persamaan (4.5) :

$$\begin{aligned} e_1 &= -X_1 \sin\alpha + X_2 \cos\alpha - \frac{X_6 - X_3}{L} \\ e_2 &= -X_4 \sin\alpha + X_5 \cos\alpha - \frac{X_6 - X_3}{L} \end{aligned} \qquad (4.6)$$



(a) Anjakan titik buhul *(b) Deformasi elemen*

Gambar 4.2 *Matriks deformasi elemen*

Deformasi torsi e_3 adalah penjumlahan vektor seperti tarikan θ_{ti} dan θ_{tj}, atau

$$e_3 = -X_1 \cos\alpha - X_2 \sin\alpha + X_4 \cos\alpha + X_5 \sin\alpha \qquad (4.7)$$

Matriks deformasi elemen [*EB*] diperoleh dengan menempatkan persamaan (4.6) dan (4.7) dalam bentuk matriks, atau

$$[EB] = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} -\sin\alpha & +\cos\alpha & +1/L & 0 & 0 & -1/L \\ 0 & 0 & +1/L & -\sin\alpha & +\cos\alpha & -1/L \\ -\cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & +\cos\alpha & +\sin\alpha & 0 \end{array}\right] \qquad (4.8)$$

4.3. Prinsip kerja maya

Dari uraian di atas dapat dicatat bahwa matriks [*EB*] pada persamaan (4.8) adalah transpose matriks [*EA*] pada persamaan (4.3). Ini adalah konsekuensi umum pada prinsip kerja maya sepanjang asumsi urutan pertama bahwa persamaan keseimbangan didasarkan pada geometri struktur takterdeformasi yang dipertahankan. Bukti bahwa A_{ij} sama dengan B_{ji} dapat dibuat dengan memperkirakan gaya-gaya yang direpresentasikan oleh kolom ke j matriks [*EA*] melalui anjakan

atau deformasi yang direpresentasikan oleh kolom ke i matriks [*EB*]. Jumlah hasil gaya-gaya ini dan anjakan atau deformasi yang berkaitan adalah kerja maya, yang harus nol. Oleh karena itu :

$$(A_{ij}\ F_j)\ (X_i) - (F_j)\ (B_{ji}\ X_i) = 0 \qquad (4.9)$$

atau $$A_{ij} = B_{ji} \qquad (4.10)$$

Catatan bahwa tanda negatif dalam persamaan (4.9) menunjukkan bahwa kerja dalam adalah bagian dari total kerja maya.

4.4. Matriks kekakuan elemen

Hubungan antara momen lentur F_1 dan F_2 pada ujung batang dan deformasi lentur e_1 dan e_z seperti ditentukan oleh gambar 4.1b dan 4.2b ditunjukkan oleh matriks kekakuan biasa untuk elemen balok dengan *EI* konstan sepanjang bentangannya, sedangkan momen ujung torsi F_3 sama dengan hasil kekakuan torsi *GJ/L* dikalikan deformasi torsi e_3 yang ditentukan oleh persamaan (4.7). Oleh karena itu matriks kekakuan elemen [ES] adalah

$$[ES] = \left[\begin{array}{c|c|c} 4EI/L & 2EI/L & 0 \\ 2EI/L & 4EI/L & 0 \\ 0 & 0 & GJ/L \end{array}\right] \qquad (4.11)$$

4.5. Matriks anjakan-gaya elemen

Momen lentur ujung F_1 dan F_2 dan momen ujung torsi F_3 dapat **ditun**jukkan mengenai anjakan ujung X_1 ke X_6 dengan matriks anjakan-gaya elemen [*ESAT*], adalah hasil matriks [*ES*] dan [*EB*] atau [*EAT*], kemudian mengalikan persamaan (4.11) dan (4.8),

$$[ESAT] = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} -4\ T_2 & +4\ T_1 & +\ T_5 & -2\ T_2 & +2\ T_1 & -\ T_5 \\ -2\ T_2 & +2\ T_1 & +\ T_5 & -4\ T_2 & +4\ T_1 & -\ T_5 \\ -\ T_3 & -\ T_4 & 0 & +\ T_3 & +\ T_4 & 0 \end{array}\right] \qquad (4.12)$$

dengan : $T_1 = \dfrac{EI}{L}\cos\alpha$, $T_2 = \dfrac{EI}{L}\sin\alpha$, $T_3 = GJ/L\cos\alpha$,

$T_4 = \dfrac{GJ}{L}\sin\alpha$, $T_5 = \dfrac{G\ EI}{L^2}$.

4.6. Matriks kekakuan lokal

Matriks kekakuan lokal $[K]_{lokal}$, yang menunjukkan gaya-gaya titik buhul P_1 ke P_6 yang berkaitan dengan anjakan titik buhul X_1 ke X_6, adalah hasil matriks [*EA*] dalam persamaan (4.3) dan matriks [ESAT] dalam persamaan (4.12), atau

$$[K] = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} +4\ T_3+T_7 & -4\ T_2+T_8 & -6\ T_5 & +2\ T_3-T_7 & -2\ T_2-T_8 & +6\ T_5 \\ -4\ T_2+T_8 & +4\ T_1+T_9 & +6\ T_4 & -2\ T_2-T_8 & +2\ T_1-T_9 & -6\ T_1 \\ -6\ T_5 & +6\ T_4 & +12T_6 & -6\ T_5 & +6\ T_4 & -12T_6 \\ +2\ T_3-T_7 & -2\ T_2-T_8 & -6\ T_5 & +4\ T_3+T_7 & -4\ T_2+T_8 & +6\ T_5 \\ -2\ T_2-T_8 & +2\ T_1-T_9 & +6\ T_4 & -4\ T_2+T_8 & +4\ T_1+T_9 & -6\ T_4 \\ +6\ T_5 & -6\ T_4 & -12T_6 & +6\ T_5 & -6\ T_4 & +12T_6 \end{array}\right] \qquad (4.13)$$

dengan: $T_1 = \dfrac{EI}{L}\cos^2\alpha$, $T_2 = \dfrac{EI}{L}\cos\alpha\sin\alpha$, $T_3 = \dfrac{EI}{L}\sin^2\alpha$,

$T_4 = \dfrac{EI}{L^2}\cos\alpha$, $T_5 = \dfrac{EI}{L^2}\sin\alpha$, $T_6 = \dfrac{EI}{L^3}$,

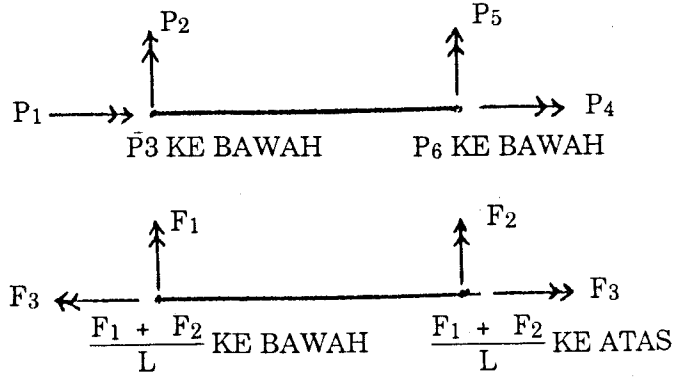
$T_7 = \dfrac{GJ}{L}\cos^2\alpha$, $T_8 = \dfrac{GJ}{L}\cos\alpha\sin\alpha$, $T_9 = \dfrac{GJ}{L}\sin^2\alpha$.

5. Matriks kekakuan lokal yang disederhanakan untuk elemen timur-barat dan utara-selatan.

Dalam pemakaian umumnya sebagian besar kisi bidang memiliki elemen hanya arah-arah timur-barat dan utara-selatan. Meskipun jika ada elemen-elemen pada arah diagonal, jumlahnya biasanya kecil dibandingkan dengan jumlah elemen arah timur-barat dan utara-selatan. Daripada memberikan $\alpha = 0^\circ$ (atau 180°) atau $\alpha = 90^\circ$ (atau 270°) dalam persamaan (4.12) dan (4.13) dalam program komputer, mungkin lebih efisien dalam eksekusi untuk memakai penampilan yang disederhanakan matriks [*K*] lokal dan [*ESAT*] untuk elemen-elemen dalam arah ke timur dan ke arah utara.

5.1. Elemen timur-barat

Penampilan yang disederhanakan untuk matriks-matriks [ESAT] dan [K] lokal pada elemen dalam arah ke timur dapat diperoleh dengan mensubstitusikan $\alpha = 0^\circ$ dalam persamaan (4.12) dan (4.13), oleh karena itu, dengan merujuk gambar 5.1,



Gambar 5.1 *Jumlah P/F untuk elemen timur-barat*

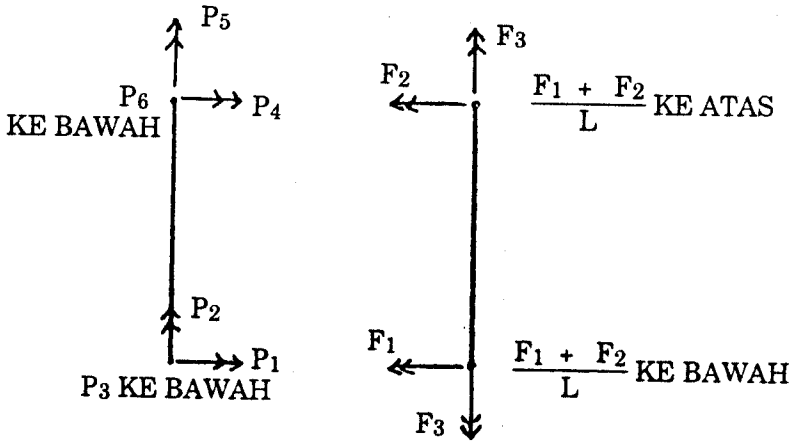
$$[ESAT] = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} 0 & +4EI/L & +6EI/L^2 & 0 & +2EI/L & -6EI/L^2 \\ 0 & +2EI/L & +6EI/L^2 & 0 & +4EI/L & -6EI/L^2 \\ -GJ/L & 0 & 0 & +GJ/L & 0 & 0 \end{array}\right] \quad (5.1)$$

dan

$$[K]\text{lokal} = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} +GJ/L & 0 & 0 & -GJ/L & 0 & 0 \\ 0 & +4EI/L & +6EI/L^2 & 0 & +2EI/L & -6EI/L^2 \\ 0 & +6EI/L^2 & +12EI/L^3 & 0 & +6EI/L^2 & -12EI/L^3 \\ -GJ/L & 0 & 0 & +GJ/L & 0 & 0 \\ 0 & +2EI/L & +6EI/L^2 & 0 & +4EI/L & -6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & -12EI/L^3 & 0 & -6EI/L^2 & +12EI/L^3 \end{array}\right] \quad (5.2)$$

5.2. Elemen utara-selatan

Penampilan yang disederhanakan untuk matriks-matriks [*ESAT*] dan [*K*] lokal pada elemen dalam arah utara dapat diperoleh dengan mensubstitusikan $\alpha = 90^\circ$ dalam persamaan (4.12) dan (4.13), oleh karena itu, dengan menunjuk gambar 5.2,



Gambar 5.2 *Jumlah P/F untuk elemen utara-selatan.*

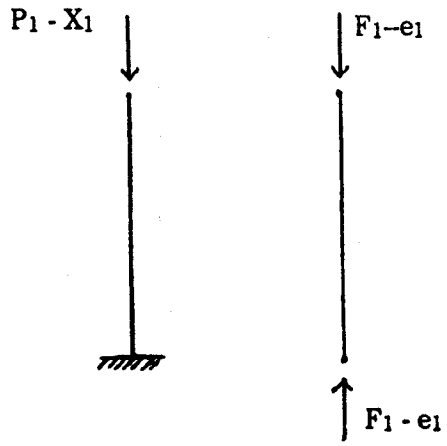
$$[ESAT] = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} -4EI/L & 0 & +6EI/L^2 & -2EI/L & 0 & -6EI/L^2 \\ -2EI/L & 0 & +6EI/L^2 & -4EI/L & 0 & -6EI/L^2 \\ 0 & -GJ/L & 0 & 0 & +GJ/L & 0 \end{array}\right] \quad (5.3)$$

dan

$$[K]_{\text{lokal}} = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} +4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & +2EI/L & 0 & +6EI/L^2 \\ 0 & +GJ/L & 0 & 0 & -GJ/L & 0 \\ -6EI/L^2 & 0 & +12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 \\ +2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & +4EI/L & 0 & +6EI/L^2 \\ 0 & -GJ/L & 0 & 0 & +GJ/L & 0 \\ +6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & +12EI/L^2 & 0 & +12EI/L^3 \end{array}\right] \quad (5.4)$$

6. TUMPUAN ELASTIS

Ujung sebuah elemen atau perpotongan elemen bisa bebas berdefleksi vertikal, pada kasus bila ada derajat kebebasan di sana. Jika titik ini pada struktur yaitu pada tumpuan kaku, maka ada kekangan di sana. Jika titik ini ditumpu oleh pegas elastis atau kolom fleksibel, mesti ada satu derajat kebebasan di sana dan kontribusi tumpuan elastis pada derajat kebebasan mesti ditambahkan ke dalam matriks kekakuan global.



Gambar 6 *Tumpuan elastis*

Untuk tumpuan elastis seperti terlihat pada gambar 6, F_1 diambil positif untuk desak dalam elemen, dan perpendekan dalam elemen ini sama dengan gaya ini dibagi dengan kekakuannya Ks. Operasi matriks untuk menjabarkan matriks kekakuan lokal (1 x 1) adalah

$$[EA] = [+1] \qquad [ES] = [K_s] \qquad [EB] = [+1] \qquad (6.2)$$

$$[ESAT] = [K_s] \qquad [K]_{lokal} = [K_s] \qquad (6.2)$$

7. PEMBAHASAN

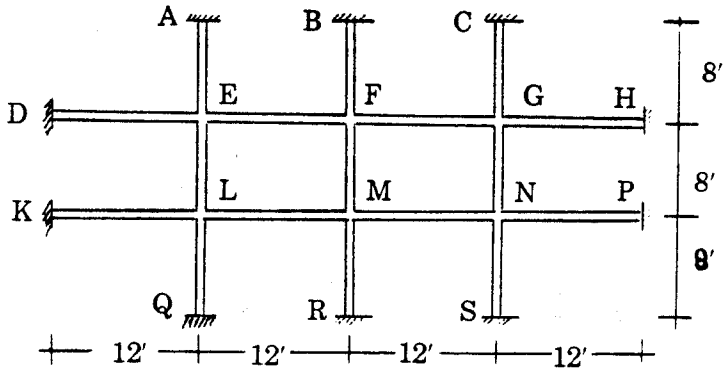
Pada subbab ini disajikan sebuah contoh hitungan numerik untuk menunjukkan kemampuan program dengan memakai rumus-

rumus yang telah dibahas di dalam menganalisis kisi bidang. Contoh ini masih sangat sederhana dibandingkan dengan keadaan yang terjadi di lapangan yang terdapat banyak elemen.

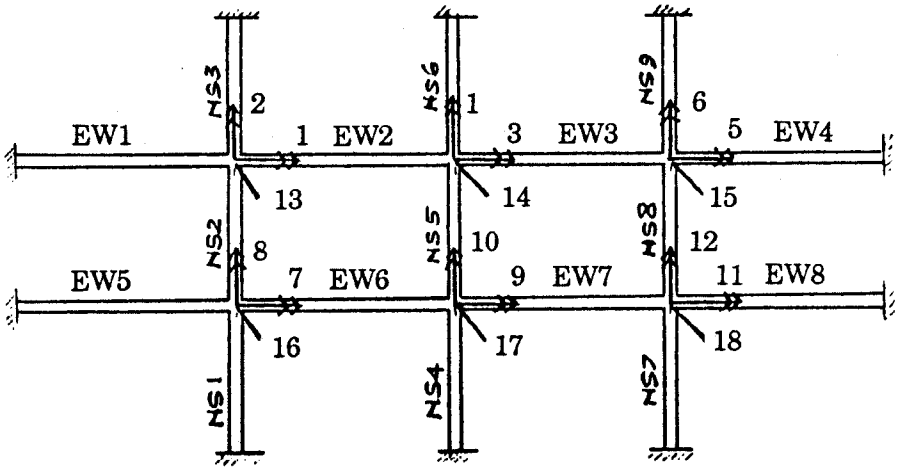
Gambar 7.1 menunjukkan konstruksi beton kisi bidang. Kisi bidang ini terdiri atas 17 elemen, 10 tumpuan jepit, dan dengan 3 macam kondisi beban.

Kondisi pembebanan: 1) beban vertikal: 10 kips pada titik E,
20 kips pada titik F,
30 kips pada titik G,
2) beban vertikal: 40 kips pada titik L,
50 kips pada titik M,
60 kips pada titik N,
3) beban vertikal: 10 kips pada titik E,
20 kips pada titik F,
30 kips pada titik G,
40 kips pada titik L,
50 kips pada titik M,
60 kips pada titik N.

Data konstanta: EI = 125.000,- kip-ft^2,
GJ = 50.000,- kip-ft^2.

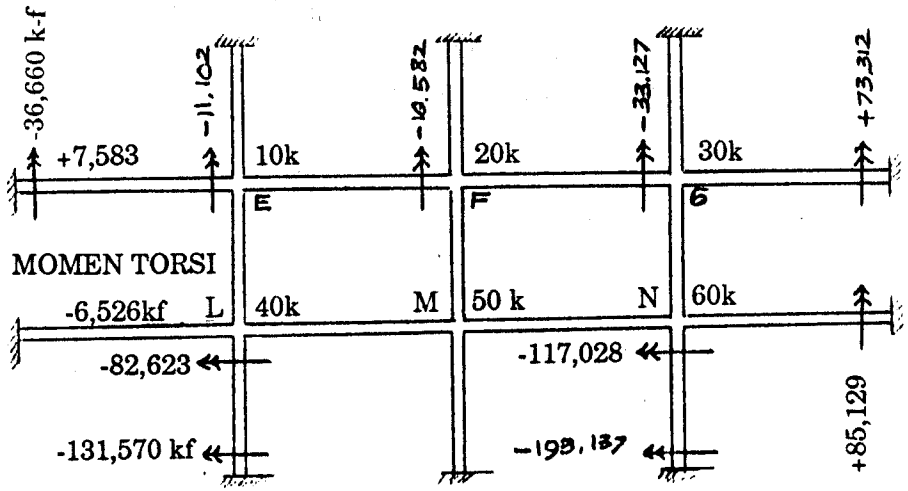


Gambar 7.1 *Konstruksi beton kisi bidang*



Gambar 7.2 *Vektor-vektor gaya pada titik nodal dan penomoran batang.*

Dari *output* program (terlampir) dapat diperoleh: momen lentur dan momen torsi setiap batangnya, dan defleksi pada setiap titik nodalnya. Gambar 7.3 menunjukkan skema momen torsi pada hasil hitungan kisi bidang dengan kondisi pembebanan yang ketiga.



Gambar 7.3 *Skema momen torsi dan pembebanan*

Defleksi pada kondisi pembebanan yang ke 3:

E = 11,94588 10^{-3} ft,

F = 22,83355 10^{-3} ft,

G = 19,51744 10^{-3} ft,

L = 15,40418 10^{-3} ft,

M = 26,78085 10^{-3} ft,

N = 22,97576 10^{-3} ft.

Dari hasil defleksi tersebut di atas menunjukkan bahwa defleksi terbesar tidak terletak pada titik nodal yang mempunyai beban terbesar, tetapi defleksi terkecil terdapat pada titik nodal dengan beban terendah. Ini berarti sistem balok kisi sangat efektif didalam meratakan beban dan momen pada kedua arah bentangannya.

ANALISIS KISI BIDANG

Jumlah Titik Nodal	=	18
Jumlah Elemen Timur-Barat	=	8
Jumlah Elemen Utara-Selatan	=	9
Jumlah Elemen Diagonal	=	0
Jumlah Elemen Elastis	=	0
Jumlah Pembebanan	=	3
Modulus Elastisitas	=	1000
Modulus Geser	=	1000

MATRIKS [P] :

TTK NODAL	BEBAN 1	BEBAN 2	BEBAN 3
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0

8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0
12	0	0	0
13	10	0	10
14	20	0	20
15	30	0	30
16	0	40	40
17	0	50	50
18	0	60	60

DATA ELEMEN TIMUR-BARAT :

ELEMEN	NP 1	NP2	NP3	NP 4	NP5	NP6	L	I	J
1	19	19	19	1	2	13	12	125	50
2	1	2	13	3	4	14	12	125	50
3	3	4	14	5	6	15	12	125	50
4	5	6	15	19	19	19	12	125	50
5	19	19	19	7	8	16	12	125	50
6	7	8	16	9	10	17	12	125	50
7	9	10	17	11	12	18	12	125	50
8	11	12	18	19	19	19	12	125	50

DATA ELEMEN UTARA-SELATAN :

ELEMEN	NP 1	NP2	NP 3	NP 4	NP 5	NP 6	L	I	J
1	19	19	19	7	8	16	8	125	50
2	7	8	16	1	2	13	8	125	50

3	1	2	13	19	19	19	8	125	50
4	19	19	19	9	10	17	8	125	50
5	9	10	17	3	4	14	8	125	50
6	3	4	14	19	19	19	8	125	50
7	19	19	19	11	12	18	8	125	50
8	11	12	18	5	6	15	8	125	50
9	5	6	15	19	19	19	8	125	50

MATRIKS [X] :

BARIS	BEBAN 1	BEBAN 2	BEBAN 3
1	0.000345	0.001475	0.001820
2	0.000409	0.000817	0.001227
3	0.000765	0.002403	0.003168
4	0.000308	0.000186	0.000494
5	0.000702	0.001988	0.002689
6	-0.000549	-0.000907	-0.001456
7	-0.000436	-0.001130	-0.001566
8	0.000300	0.001128	0.001428
9	-0.000961	-0.001913	-0.002875
10	0.000186	0.000308	0.000494
11	-0.000949	-0.001487	-0.002436
12	-0.000390	-0.001268	-0.001658
13	0.003700	0.008246	0.011946
14	0.008404	0.014430	0.022834
15	0.008583	0.010934	0.019517
16	0.002492	0.012912	0.015404
17	0.005772	0.021009	0.026781
18	0.005180	0.017796	0.022976

ELEMEN TIMUR-BARAT : MOMEN LENTUR DAN MOMEN TORSI

ELEMEN	KONDISI	MOMEN LENTUR		MOMEN TORSI
	BEBAN	BMI	BMJ	TM
1	1	-10.7422	-2.2141	1.4361
1	2	-25.9177	-8.8877	6.1452
1	3	-36.6599	-11.1018	7.5833
2	1	-1.0276	-3.1414	1.7507
2	2	5.7207	-7.4404	3.8677
2	3	4.6930	-10.5818	5.6184
3	1	0.4536	-17.3997	-0.2655
3	2	7.0433	-15.7278	-1.7313
3	3	7.4968	-33.1275	-1.9968
4	1	21.8264	33.2654	-2.9233
4	2	19.1447	38.0468	-8.2817
4	3	40.9712	71.3123	-11.2049
5	1	-6.7284	-0.4780	-1.8172
5	2	-43.7479	-20.2445	-4.7092
5	3	-50.4763	-20.7224	-6.5263
6	1	-0.7139	-3.0953	-2.1880
6	2	11.2514	-5.8377	-3.2628
6	3	10.5375	-8.9330	-5.4508
7	1	2.6982	-9.2933	0.0516
7	2	3.1498	-29.6788	1.7776
7	3	5.8480	-38.9721	1.8292
8	1	10.7350	18.8575	3.9536
8	2	39.8568	66.2711	6.1944
8	3	50.5918	85.1286	10.1479

ELEMEN UTARA-SELATAN : MOMEN LENTUR DAN MOMEN TORSI

ELEMEN	KONDISI	MOMEN LENTUR		MOMEN TORSI
	BEBAN	BMI	BMJ	TM
1	1	-15.5736	-1.9449	1.8751
1	2	-115.9966	-80.6778	7.0510
1	3	-131.5702	-82.6226	8.9262
2	1	2.3157	-22.0989	0.6833
2	2	79.2314	-2.1767	-1.9420
2	3	61.5471	-24.2756	-1.2587
3	1	21.7864	32.5723	-2.5584
3	2	4.4542	50.5434	-5.1090
3	3	26.2405	83.1156	-7.6674
4	1	-37.6019	-7.5631	1.1607
4	2	-186.4078	126.6182	1.9243
4	3	-224.0096	134.1813	3.0850

5	1	5.3235	-48.6311	0.7636
5	2	121.5778	-13.3087	-0.7636
5	3	126.9013	-61.9398	0.0000
6	1	50.6473	74.5631	-1.9243
6	2	18.9077	94.0047	-1.1607
6	3	69.5550	168.5678	-3.0850
7	1	-31.0528	-1.4009	-2.4367
7	2	-162.0847	-115.6270	-7.9243
7	3	-193.1375	-117.0279	-10.3610
8	1	-2.5011	-54.0777	-0.9950
8	2	111.2102	2.6401	2.2537
8	3	108.7091	-51.4376	1.2587
9	1	56.7355	78.6603	3.4317
9	2	3.9103	66.0227	5.6706
9	3	60.6458	144.6829	9.1023

Programmer: Mochamad teguh

DAFTAR PUSTAKA

Wang, Chu Kia, *Intermediate Structural Analysis*, Mc Graw. Hill, inc, Singapore, 1983

Schodek, Daniel L., *Structures*, Prentia Hall, Ina., New Jersey, 1980

Makowski, F.S., *Modern Grid Structures*, Architectural Science Review, Sidney, Australia, 1960

Salvaderi, M., *Desain Struktur Dalam Arsitektur*, Terjemahan, Erlangga, Indonesia, 1986.

Holzer, Siegfried M., *Computer Analysis of Structures*, Elsevier Science Publishing Co. Inc., New York. USA, 1985.

William Weaver, Jr., *Analisa Matriks Untuk Struktur Rangka.*

Departemen Pekerja Umum, *Peraturan Pembebanan Indonesia Untuk Rumah dan Gedung 1983.*

Departemen Pekerja Umum, *Peraturan Beton Bertulang Indonesia 1971*, dan *Standar Nasional Indonesia Untuk Beton 1990* (PBI 1971, *Pedoman Beton 1989*)

Proyek Pembinaan Perpustakaan
Jawa Timur
T. A. 1996/1997